

Vorlesung 10 und Vorlesung 11

Das Thema von Vorlesungen 10 und 11 sind die Verstärker mit zwei Stufen.

Wir werden zwei Anwendungsbeispiele vorstellen: Spannungsverstärker und Linearregler

Implementierung von Spannungsverstärker mit einer Verstärkerstufe

Zweistufiger Spannungsverstärker/Regulator – generische Schaltung

Sprungantwort

Bedingungen für aperiodische Antwort

Stabilitätskriterium von Nyquist

Spannungsverstärker mit zwei Verstärkerstufen ohne und mit Frequenzkompensation

Linearregler (low dropout LDO Regulator) implementiert mit einem zweistufigen Verstärker mit Frequenzkompensation

Millereffekt

Integrator

Vorlesung 10

Mehrstufige Verstärker

In den vorherigen Vorlesungen haben wir unter anderem den common source Verstärker und den Operationsverstärker mit Stromspiegel vorgestellt. Beide Verstärker haben in ihrem Kleinsignalmodell eine spannungsgesteuerte Stromquelle (Abbildung 1, oben). Diese Stromquelle kann in eine Spannungsquelle umgewandelt werden wie in Abbildung 1, unten gezeigt ist.

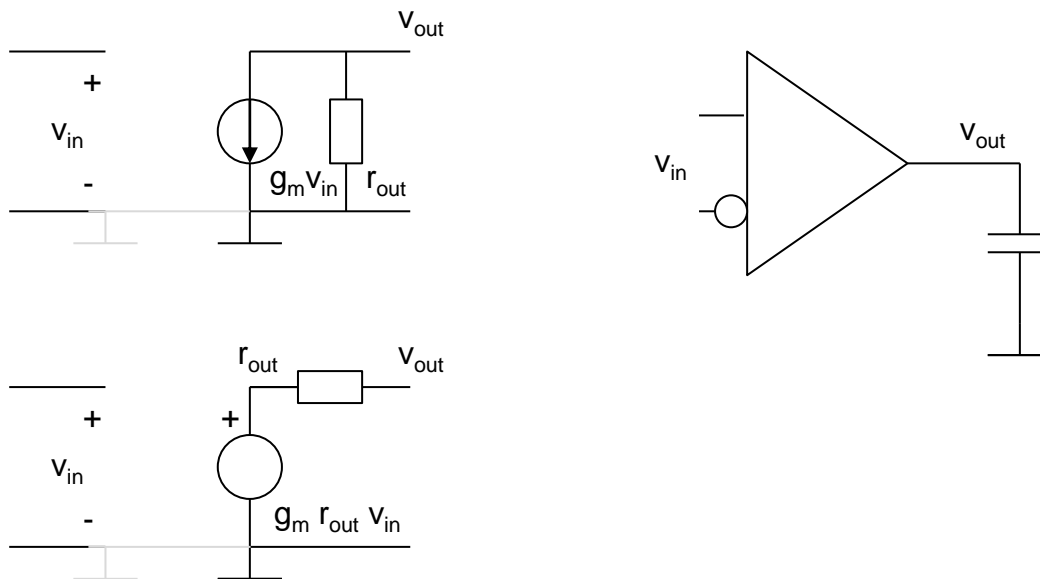


Abbildung 1: Einstufiger Verstärker, Kleinsignalmodell mit Stromquelle, Kleinsignalmodell mit Spannungsquelle und Symbol

Da das Kleinsignalmodell eine spannungsgesteuerte Quelle enthält, nennen wir diese Verstärker einstufige Verstärker.

Die einstufigen Verstärker verhalten sich gut, wenn sie nur eine nicht zu große kapazitive Last treiben müssen ($< \text{pF}$) – das ist normalerweise der Fall wenn die Verstärker on-chip Signalverarbeitung machen.

In dieser Vorlesung werden wir die Verstärker mit mehreren Stufen vorstellen.

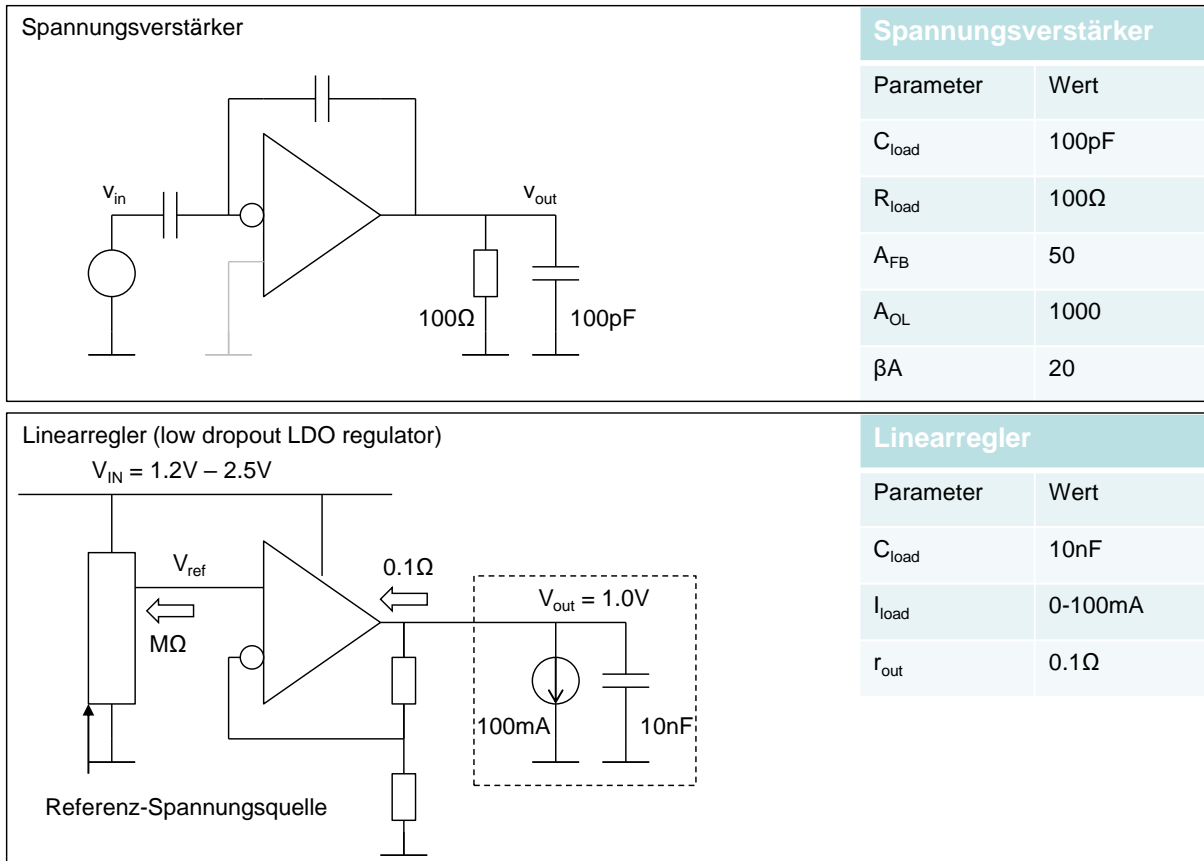


Abbildung 2: Spannungsverstärker und Linearregler und deren Spezifikationen

Nennen wir zwei Anwendungsbeispiele (Abbildung 2).

- 1) Ein Spannungsverstärker mit Rückkopplung soll entworfen werden. Der Verstärker-Ausgang ist an ein Chip-Pad angeschlossen und soll eine Leitung mit 100 Ω Abschlusswiderstand treiben. Die Kapazitive Last am Chip-Pad ist 100 pF. Der Verstärker soll eine Verstärkung mit Rückkopplung von 50 haben. Die Leerlaufverstärkung A_{OL} soll 1000 sein.
- 2) Aus einer Spannung V_{IN} , die nicht besonders genau ist $V_{IN} = 1.2 - 2.5 V$ soll eine genaue Spannungsversorgung $V_{DD} = 1 V$ für einen Chip generiert werden. (V_{IN} könnte eine Batterie-Spannung sein.) Wir haben ein Generator der Referenzspannung von $V_{ref} \leq 1 V$ (oder weniger) zur Verfügung. Dieser Generator erzeugt eine konstante Spannung V_{ref} , die unabhängig von V_{IN} ist. Sein Ausgangswiderstand ist hoch ($r_{out,ref} \sim 1 M\Omega$). Der Stromverbrauch des Chips ist 0 – 100 mA. Wir modellieren den Chip mit einem 10 nF Kondensator und einer Stromquelle. Wir verwenden für diese Aufgabe einen sogenannten Linearregler, der auf einem Differenzverstärker mit Rückkopplung (nichtinvertierender Verstärker) und der Referenz-Spannungsquelle basiert. Der Regler soll einen Ausgangswiderstand von 0.1 Ω haben (Abbildung 2).

In beiden Fällen könnten wir einen einstufigen Verstärker verwenden aber das wäre aus folgenden Gründen nicht effizient.

Um eine Leerlaufverstärkung von 1000 zu erreichen müssten wir einen Verstärker mit gefalteter Kaskode nehmen.

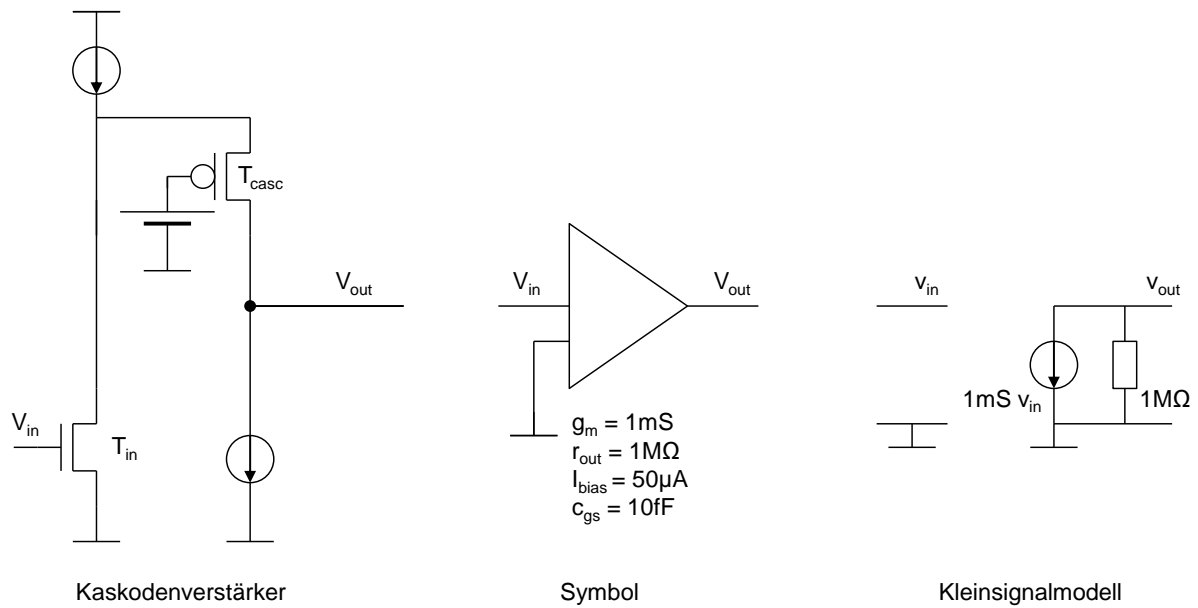


Abbildung 3: Verstärker mit gefalteter Kaskode – die Standardvarinte mit $I_{bias} = 50\text{ }\mu\text{A}$

Der Verstärker den wir in Vorlesung 8 vorgestellt haben, hatte eine Stromverstärkung von $g_m = 1\text{ mS}$ bei einem Bias-Strom von $I_{bias} = 50\text{ }\mu\text{A}$. Wir nennen diesen Verstärker in der Ausführung mit $50\text{ }\mu\text{A}$ Bias-Strom den Standardverstärker (Abbildung 3). Der Standardverstärker mit Kaskode hat einen Ausgangswiderstand von $r_{out} = 1\text{ M}\Omega$ und eine Spannungsverstärkung von $g_m r_{out} = 1000$.

Wenn dieser Verstärker einen Lastwiderstand von $R_{load} = 100\text{ }\Omega$ treibt, wird seine Leerlauf-Spannungsverstärkung auf $A_{OL} = g_m (r_{out} \parallel R_{load}) \sim g_m R_{load} = 0.1$ reduziert (Abbildung 4).

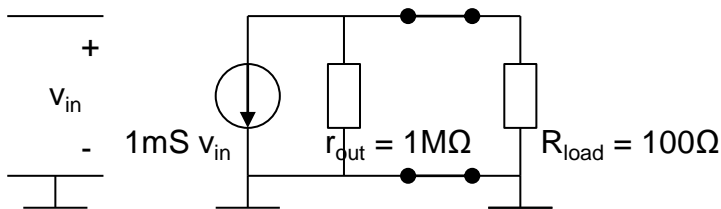


Abbildung 4: Verstärker mit Last-Widerstand

Um größere Verstärkung zu erreichen, müssen wir eine Impedanz-Anpassung vornehmen und Mehrere Standardverstärker in Parallel schalten bis wir $r_{out} \sim R_{load}$ erreichen.

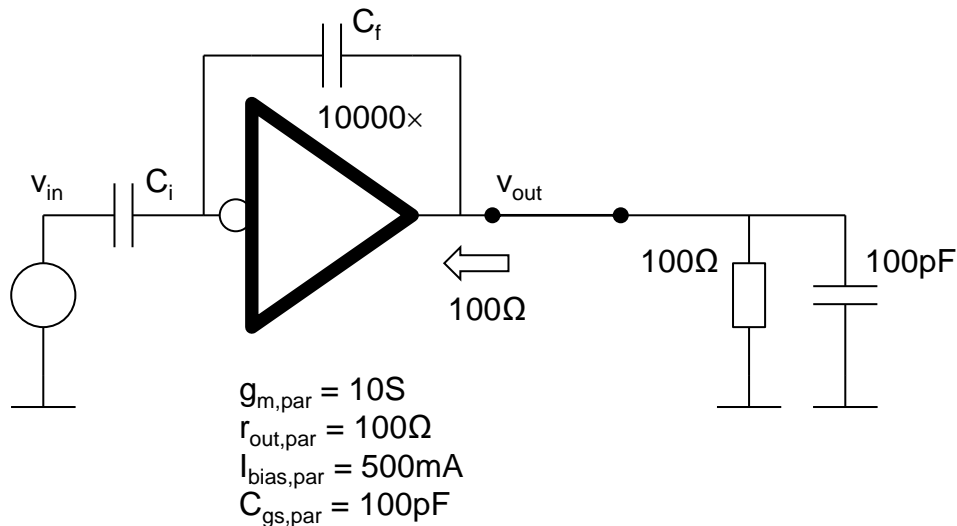


Abbildung 5: Einstufiger Verstärker, Anpassung von Impedanzen

Wenn wir 10000 Verstärkern in Parallel schalten, hat die Gesamtschaltung die Transkonduktanz

$$g_{m,par} = 10000 \times g_m = 10 \text{ Si}$$

und den Ausgangswiderstand

$$r_{out,par} = r_{out}/10000 = 100 \Omega \text{ (Abbildung 5).}$$

Die Leerlaufverstärkung (Absolutwert) ist etwa:

$$|A_{OL}| = g_{m,par} (r_{out,par} \parallel R_{load}) \sim 0.5 g_{m,par} R_{load} = 500.$$

(Die Hälfte der spezifizierten) Der gesamt Bias-Strom ist $I_{bias,par} = 10000 \times I_{bias} = 500 \text{ mA}$.

Wir werden vernachlässigen, dass der DC-Strom durch R_{load} zum Transistor-Biasstrom beiträgt und dadurch seine Transkonduktanz beeinflusst.

Wir erreichen also nur die Hälfte der spezifizierten Verstärkung und müssen dabei einen sehr großen Bias-Strom und große Layout-Fläche in Kauf nehmen. Der große Bias-Strom führt zum Leistungsverlust. Auch die Gate-Kapazität wäre groß, etwa:

$$C_{gs,par} = 10000 \times 10\text{fF} = 100 \text{ pF}.$$

Die Verstärkung von 50 könnten wir erreichen indem wir $C_i / C_f = 50$ wählen. Im Falle von $C_i \ll C_{gs,par}$ gilt:

$$|\beta A_{OL}| = \frac{C_f}{C_i + C_{gs,par} + C_f} |A_{OL}| \sim \frac{1}{1 + \frac{C_{gs,par}}{C_i}} \frac{C_f}{C_i} |A_{OL}| \ll \frac{C_f}{C_i} |A_{OL}| = 10$$

Die Verstärkung mit Rückkopplung

$$A_{FB} = \frac{A_{IN} A_{OL}}{1 + |\beta A_{OL}|}$$

hängt dann stark von A_{OL} weil wir den Bruch in der Formel von Mason nicht vereinfachen können, indem wir A_{OL} kürzen.

Wählen wir deshalb:

$C_i = C_{gs,par} = 100 \text{ pF}$ und $C_f = 2 \text{ pF}$. Daraus folgt:

$$|\beta A_{OL}| = 5$$

Die Anstiegszeit von Sprungantwort ist durch folgende Formel gegeben (s. Vorlesung 6):

$$\tau_r \sim \frac{C_{load}(C_{gs}+C_i)}{g_m C_f} \sim 2|A_{FB}| \frac{C_{load}}{g_m} \sim 100 \frac{100 \text{ pF}}{10 \text{ Si}} = 1 \text{ ns} \quad (1)$$

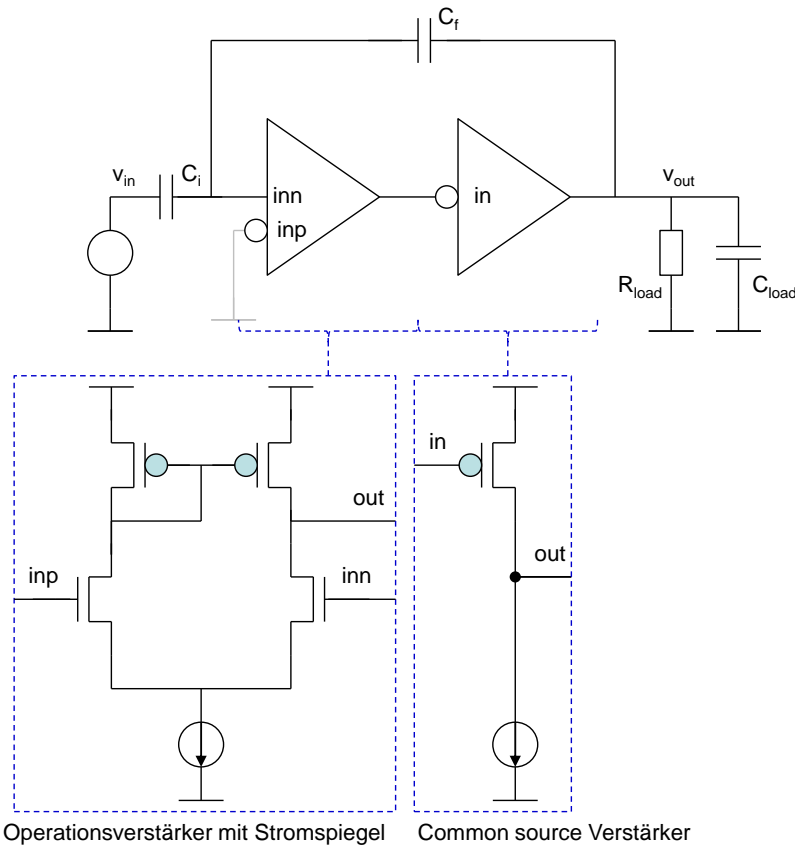
Beachten wir, dass falls die Eingangsquelle einen Innenwiderstand R_i hat, die Zeitkonstante am Eingang $\tau_i = R_i C_i$, den Verstärker deutlich verlangsamt. Für $R_i = 100 \Omega$, bekommen wir:

$$\tau_i \sim R_i C_i = 100 \text{ pF} \times 100 \Omega = 10 \text{ ns} \quad (2)$$

Nachteile der Schaltung von Abbildung 5 sind ein großer Stromverbrauch, eine große Layout-Fläche und eine große kapazitive Last C_i für die Eingangsquelle.

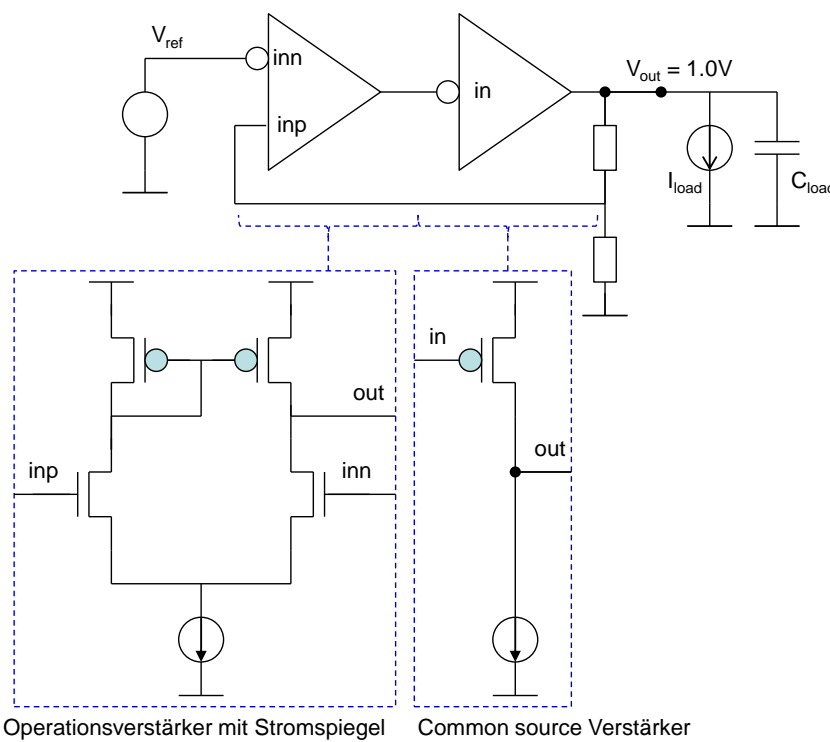
Zweistufiger Verstärker

Eine andere Lösung für die Implementierung vom Spannungsverstärker und vom Regler ist es zwei Verstärkerstufen Reihe zu schalten.



Spannungsverstärker	
Parameter	Wert
C_{load}	100pF
R_{load}	100Ω
A_{FB}	50
A_{OL}	1000
β_A	20

Abbildung 6: Spannungsverstärker implementiert mit zwei Verstärkerstufen



Linearregler	
Parameter	Wert
C_{load}	10nF
I_{load}	0-100mA
r_{out}	0.1Ω

Abbildung 7: Linearregler implementiert mit zwei Verstärkerstufen

Abbildung 6 zeigt den Spannungsverstärker mit Rückkopplung mit zwei Verstärkerstufen.

Der Linearregler ist in Abbildung 7 gezeigt. Die Eingangsquelle ist die Referenzquelle V_{ref} .

Wir werden uns zuerst mit dem Spannungsverstärker befassen.

Spannungsverstärker mit zwei Stufen

Berechnen wir die Übertragungsfunktion des zweistufigen Spannungsverstärkers mit Rückkopplung. Abbildung 8 unten zeigt das Kleinsignalmodell. Wir benutzen generische Namen für die Kapazitäten und Widerstände an den Verstärker-Ausgängen C_1 , C_2 , R_1 und R_2 .

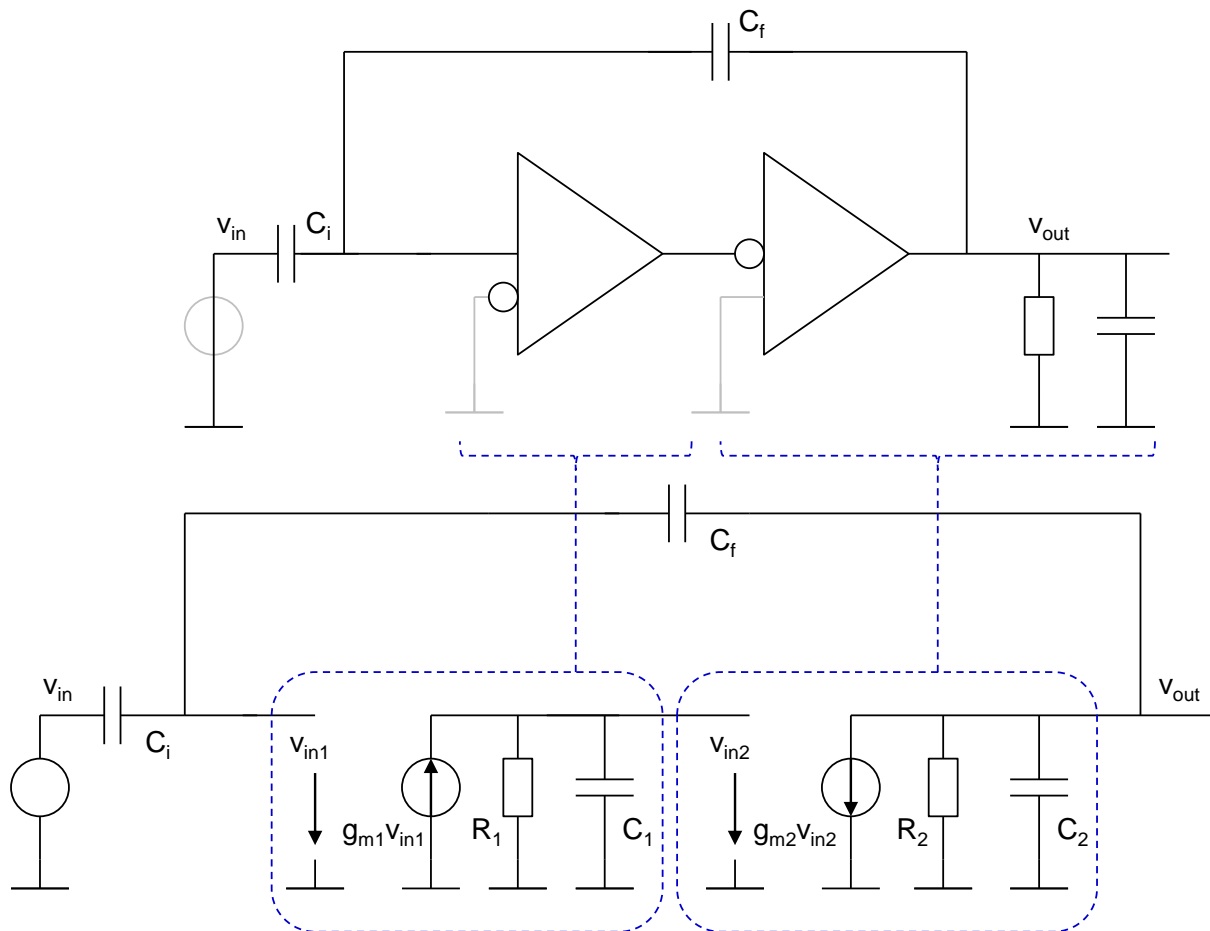


Abbildung 8: Spannungsverstärker mit zwei Stufen und Rückkopplung. Oben: Blockschaltung. Unten: Kleinsignalmodell.

Die Spannungsverstärkung mit Rückkopplung definiert als:

$$A_{FB}(s) = \frac{v_{out}(s)}{v_{in}(s)}$$

kann mit der Formel von Mason gerechnet werden:

$$A_{FB}(s) = \frac{FF + A_{IN}A_{OL}}{1 - \beta A_{OL}} \quad (3)$$

A_{IN} und β sind in unserem Fall reelle Zahlen.

Es gilt:

$$\beta = \frac{C_f}{C_f + C_i} \quad (4)$$

und

$$A_{IN} = \frac{C_i}{C_f + C_i} \quad (5)$$

Machen wir folgende Annahme: Die Impedanz:

$$Z_2(s) = \frac{1}{sC_2} \parallel R_2 = \frac{R_2}{sR_2C_2 + 1} \quad (6)$$

ist kleiner als andere Impedanzen. Deswegen gilt

$$FF = 0.$$

Daraus folgt:

$$A_{FB}(s) = \frac{A_{IN}A_{OL}}{1 - \beta A_{OL}} \quad (7)$$

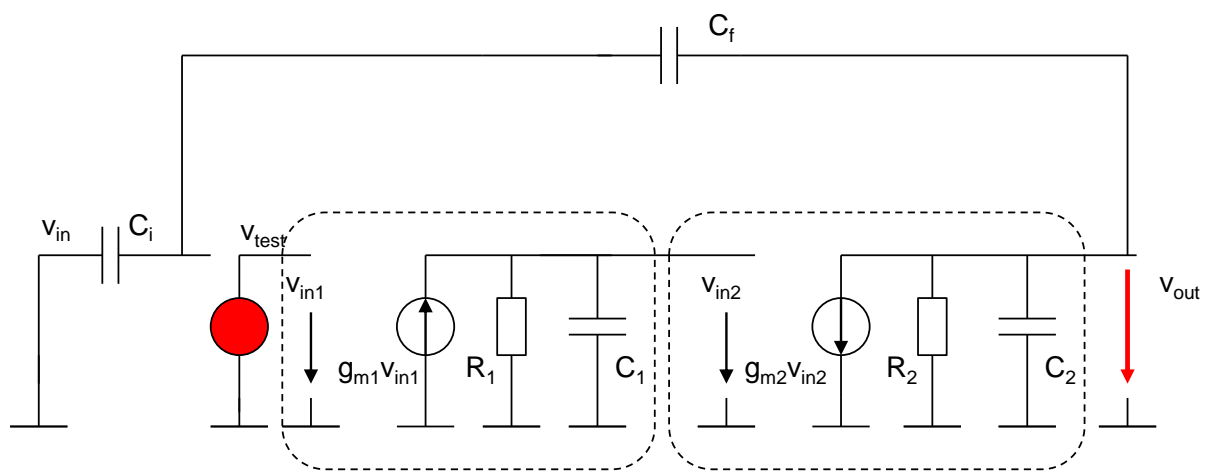


Abbildung 9: Testschaltung für die Berechnung von Leerlaufverstärkung

Abbildung 9 zeigt die Testschaltung für die Berechnung von Leerlaufverstärkung:

$$A_{OL}(s) = v_{out(s)} / v_{test}$$

Die Leerlaufverstärkung ist:

$$A_{OL}(s) = -g_{m1}Z_1g_{m2}Z_2 \quad (8)$$

Z_1 und Z_2 sind die Impedanzen, welche die Quellen g_{m1} und g_{m2} sehen:

$$Z_1(s) = \frac{1}{sC_1} \parallel R_1 = \frac{R_1}{sR_1C_1 + 1} \quad (9)$$

$$Z_2(s) = \frac{1}{sC_2} \parallel \frac{C_f + C_i}{sC_fC_i} \parallel R_2 = \frac{R_2}{sR_2C_2 + 1} \quad (10)$$

Wir haben dabei angenommen, dass die Reihenkapazität von C_f und C_i : $C_f C_i / (C_f + C_i) \sim C_f$ viel kleiner als C_2 ist.

Wenn wir (9) und (10) in (8) einsetzen, bekommen wir:

$$A_{OL}(s) = \frac{-g_{m1}R_1g_{m2}R_2}{(1+sR_1C_1)(1+sR_2C_2)} \quad (11)$$

Definieren wir zwei Zeitkonstanten und zwei Spannungsverstärkungen:

$$\tau_1 \equiv R_1C_1, \quad \tau_2 \equiv R_2C_2, \quad A_1 \equiv g_{m1}R_1, \quad A_2 \equiv g_{m2}R_2 \quad (12)$$

Definieren wir auch die DC-Leerlaufverstärkung:

$$A_{OL,DC} \equiv -g_{m1}R_1g_{m2}R_2 \quad (13)$$

Es ist dann:

$$A_{OL}(s) = \frac{A_{OL,DC}}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} = \frac{A_{OL,DC}}{\tau_1\tau_2s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + 1} \quad (14)$$

Wenn wir (4), (5) und (14) in (3) einsetzen bekommen wir die Übertragungsfunktion der Schaltung mit Rückkopplung:

$$A_{FB}(s) = \frac{A_{IN}A_{OL,DC}}{1 - \beta A_{OL,DC}} \frac{1}{\frac{\tau_1\tau_2}{1 - \beta A_{OL,DC}}s^2 + \frac{(\tau_1 + \tau_2)}{1 - \beta A_{OL,DC}}s + 1} = A_{FB,DC} \frac{1}{Q(s)} \quad (15)$$

Q ist das charakteristische Polynom der Übertragungsfunktion.

Einfluss von Polestellen von A_{IN} auf Sprungantwort von A_{FB}

Wenn wir die komplexe Frequenz s durch den Operator für Ableitung (d/dt) in (15) ersetzen, bekommen wir die Differentialgleichung für die Ausgangsspannung. Die Sprungantwort hat die folgende Form:

$$u_{out,imp}(t) \equiv h(t)(C_0 + C_1e^{\lambda_1 t} + C_2e^{\lambda_2 t}) \quad (16)$$

Faktoren λ_1 und λ_2 sind die Lösungen (Wurzel) des Polynoms Q(s) in (15), oder die Polestellen von $A_{FB}(s)$.

$$Q(\lambda) = 0$$

Das Polynom Q(s) kann in folgender kanonischer Form dargestellt werden:

$$\frac{\tau_1\tau_2}{1 - \beta A_{OL,DC}}s^2 + \frac{(\tau_1 + \tau_2)}{1 - \beta A_{OL,DC}}s + 1 = \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{1}{Q}\right)\left(\frac{s}{\omega_0}\right) + 1 \quad (17)$$

Die Faktoren sind:

1) Polestellen von $A_{IN}(s)$:

$$\omega_1 = \frac{1}{\tau_1}; \quad \omega_2 = \frac{1}{\tau_2} \quad (18)$$

2) Resonanzfrequenz:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2 (1 - \beta A_{OL,DC})} \quad (19)$$

3) Gütefaktor (quality factor):

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{\sqrt{\omega_1 \omega_2 (1 - \beta A_{OL,DC})}}{\omega_1 + \omega_2} \quad (20)$$

Die Wurzel des Polynoms $Q(s)$ sind:

$$\lambda_{1,2} = -\bar{\omega} \pm \bar{\omega} \sqrt{1 - 4Q^2}; \quad \bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad (21)$$

Für

$$4Q^2 - 1 > 0 \Rightarrow Q > \frac{1}{2} \quad (22)$$

ist die Sprungantwort periodisch, bzw. sie enthält Sinus und Cosinus Terme.

$$u_{out,imp}(t) = h(t) \left[A_0 + e^{-\bar{\omega}t} \left(A_1 \cos(\sqrt{4Q^2 - 1} \bar{\omega}t) + A_2 \sin(\sqrt{4Q^2 - 1} \bar{\omega}t) \right) \right] \quad (23)$$

Mit $A_0 = 1$, $A_1 = -1$ und $A_2 = 1/(4Q^2 - 1)^{0.5}$.

Für

$$4Q^2 - 1 < 0 \Rightarrow Q < \frac{1}{2} \quad (24)$$

ist die Sprungantwort aperiodisch und exponentiell mit reellen Zeitkonstanten:

$\tau_{1,fb} = -1/\lambda_1$ und $\tau_{2,fb} = -1/\lambda_2$:

$$u_{out,imp}(t) = h(t) [C_0 + C_1 e^{-\tau_{1,fb}t} + C_2 e^{-\tau_{2,fb}t}] \quad (25)$$

Wobei $C_0 = 1$, $C_1 = -\lambda_2/(\lambda_2 - \lambda_1)$ und $C_2 = \lambda_1/(\lambda_2 - \lambda_1)$.

Die Bedingung (24) führt zur folgenden Gleichung:

$$Q = \frac{\sqrt{\omega_1 \omega_2 (1 - \beta A_{OL,DC})}}{\omega_1 + \omega_2} < \frac{1}{2} \quad (26)$$

Wenn wir annehmen, dass sich die Zeitkonstanten in $A_{OL}(s)$ τ_1 und τ_2 stark unterscheiden:

$$\tau_1 \gg \tau_2; \quad \omega_1 \ll \omega_2$$

Und wenn wir annehmen dass $\beta A_{OL,DC}$ negativ ist und einen großen Betrag hat, vereinfacht sich die Formel (26) folgenderweise:

$$Q \sim \frac{\sqrt{\omega_1 \omega_2 |\beta A_{OL,DC}|}}{\omega_2} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\omega_1 |\beta A_{OL,DC}|}{\omega_2} < \frac{1}{4}$$

oder

$$\tau_2 < \frac{1}{4} \frac{\tau_1}{|\beta_{A_{OL,DC}}|} \quad (27)$$

Die zweite Zeitkonstante τ_2 muss kleiner als die erste Zeitkonstante τ_1 dividiert durch $4 |\beta_{A_{DC}}|$ sein. Da $|\beta_{A_{DC}}|$ normalerweise $\gg 1$ ist (in unserem Beispiel $|\beta_{A_{DC}}| = 20$), muss also die zweite Zeitkonstante viel kleiner als die erste sein, damit die Sprungantwort nicht oszilliert. Sehr unterschiedliche Zeitkonstanten in Schleifenverstärkung führen zum exponentiellen Verhalten.

Wenn folgendes gilt:

$$\tau_2 \ll \frac{1}{4} \frac{\tau_1}{|\beta_{A_{OL,DC}}|}$$

gilt auch $Q \ll 1$.

(Beachten wir, dass Q immer größer als 0 ist.)

Die Sprungantwort ist dann ungefähr:

$$u_{out,imp}(t) \sim h(t) \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau_r}} \right] \quad (28)$$

Mit der Anstiegszeit:

$$\tau_r = \frac{\tau_1}{\beta_{A_{OL,DC}}} \quad (29)$$

Wir definieren hier die Bandbreite des Verstärkers B als

$$B = \frac{1}{2\pi\tau_r} \quad (30)$$

Die größere Zeitkonstante τ_1 nennt man auch die dominante Zeitkonstante, da sie die Sprungantwort bestimmt.

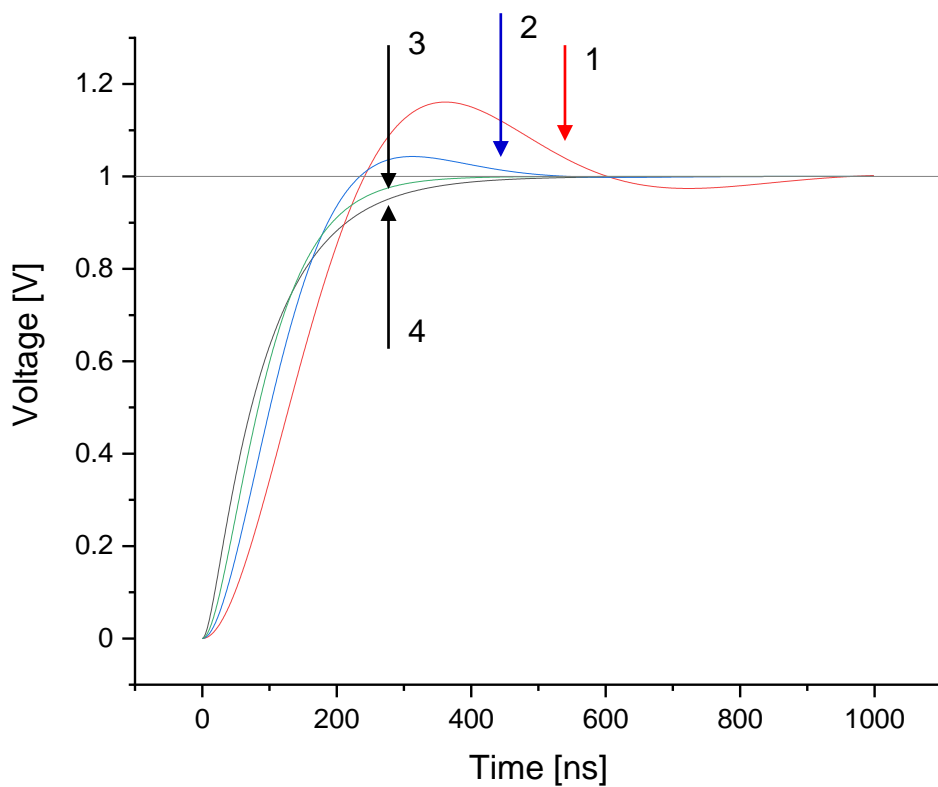


Abbildung 10: Sprungantworten für verschiedene β_{AOL} Funktionen mit Q-Werten: 1) $Q \sim 1$; 2) $Q \sim 0.707$; 3) $Q \sim 0.5$ und 4) $Q \sim 0.32$. $\beta_{ADC} = 100$.

Abbildung 10 zeigt die Sprungantworten welche den β_{AOL} mit den Parametern aus der folgenden Tabelle entsprechen.

Case	ω_1	ω_2	Q	Verhältnis τ_1/τ_2 ($\beta_{ADC} = 100$)	PM
1	0.1MHz	$100 \times \omega_1$	1	$\tau_2 > \frac{1}{2} \frac{\tau_1}{ \beta_{AOL,DC} }$	53°
2	0.1MHz	$200 \times \omega_1$	0.707	$\tau_2 = \frac{1}{2} \frac{\tau_1}{ \beta_{AOL,DC} }$	67°
3	0.1MHz	$400 \times \omega_1$	0.5	$\tau_2 = \frac{1}{4} \frac{\tau_1}{ \beta_{AOL,DC} }$	77°
4	0.1MHz	$1000 \times \omega_1$	0.32	$\tau_2 < \frac{1}{4} \frac{\tau_1}{ \beta_{AOL,DC} }$	85°

Die Sprungantwort (3) für $Q = 0.5$ äquivalent mit

$$\tau_2 = \frac{1}{4} \frac{\tau_1}{|\beta A_{OL,DC}|}$$

unterscheidet sich wenig von der aperiodischen Sprungantwort für $Q < 0.5$:

$$u_{out,imp}(t) \sim h(t) \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau_r}} \right]; \tau_r = \frac{\tau_1}{\beta A_{OL,DC}}$$

Beachten wir dass die Sprungantwort (2) in Abbildung 10 für

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707 \Rightarrow \tau_2 = \frac{1}{2} \frac{\tau_1}{|\beta A_{OL,DC}|}$$

am schnellsten die Amplitude von 1 erreicht und keinen Unterschwinger hat.

Es ist interessant, dass der zweistufige Verstärker ohne Rückkopplung reelle Zeitkonstanten und ein exponentielles Zeitverhalten hätte. Durch die Verwendung von Rückkopplung kann das Zeitverhalten periodisch werden, als ob wir L und C in der Schaltung hätten. Das ist der Grund warum es möglich ist, Oszillatoren mithilfe von Rückkopplung zu realisieren. Diese Oszillatoren benötigen keine Induktivitäten.

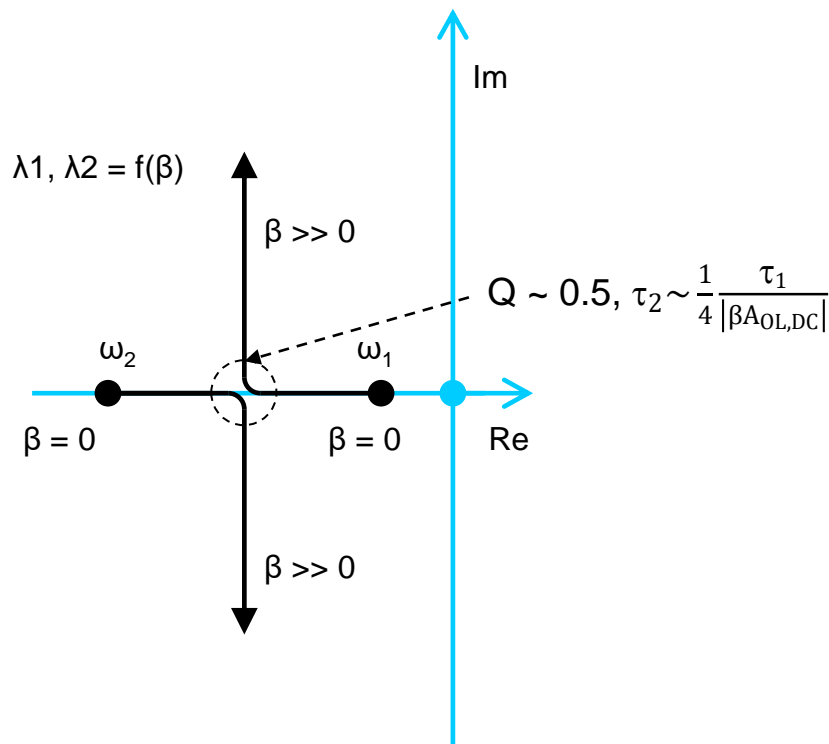


Abbildung 11: Position von Polestellen von $A_{FB}(s)$ wenn die Stärke der Rückkopplung β steigt

Abbildung 11 zeigt wie sich die Wurzel λ_1 und λ_2 des charakteristischen Polynoms $Q(s)$ von

$$A_{FB}(s) = \frac{A_{IN}A_{OL}(s)}{1-\beta A_{OL}(s)} \equiv \frac{P(s)}{Q(s)}$$

(Polstellen von $A_{FB}(s)$) in komplexer Ebene bewegen, wenn wir die Stärke der Gegenkopplung β beginnend von 0 erhöhen. Ohne Gegenkopplung ($\beta = 0$) sind sie die Polestellen von $A_{OL}(s)$: $\lambda_1 = \omega_1$ und $\lambda_2 = \omega_2$. Die Polestellen sind reelle Zahlen. Wenn die Gegenkopplung steigt, bewegen sich die Polestellen zueinander (Q wird größer), bis sie für $Q = 0.5$ gleich werden $\lambda_1 = \lambda_2 = (\omega_1 + \omega_2)/2$. Für $Q > 0.5$, werden die Polestellen komplex mit konstantem Realteil $= (\omega_1 + \omega_2) / 2$. Die Imaginärteile haben gleichen Betrag und verschiedene Vorzeichen. Die Sprungantwort enthält dann Sinus und Cosinus Terme.

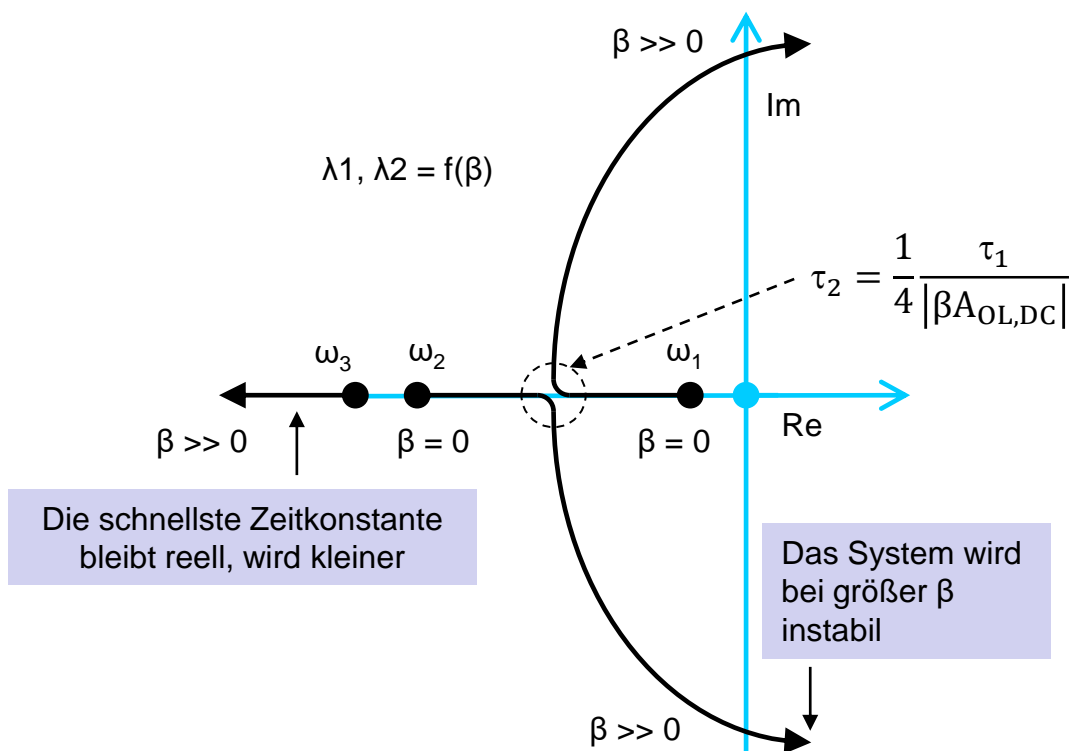


Abbildung 12: Position von drei Polestellen von $A_{FB}(s)$ wenn die Stärke der Rückkopplung β steigt

Abbildung 12 zeigt den Fall wo $A_{IN}(s)$ drei polestellen ω_1, ω_2 und ω_3 hat. Wir können ähnliche Analyse wie oben durchführen und in komplexer Ebene auftragen wie sich die Polestellen von $A_{FB}(s)$ bewegen, wenn wir die Stärke der Gegenkopplung β erhöhen. Die Polestellen von $A_{FB}(s)$ sind für $\beta = 0$ reell: $\lambda_1 = \omega_1, \lambda_2 = \omega_2$ und $\lambda_3 = \omega_3$. Die zwei kleineren Polestellen bewegen sich zueinander und werden komplex. Die dritte Polestelle bleibt reell und steigt, die entsprechende Zeitkonstante wird kleiner. Der Unterschied zum System zweiter Ordnung liegt nur daran, dass der Realteil von komplexen Polestellen für hohe β auch positiv werden kann. Die Amplitude der Schwingung steigt dann bis die Schaltung nicht mehr linear wird. Die Schaltung wird instabil.

Für die Sprungantwort ohne Oszillationen gilt die gleiche Bedingung wie für ein System 2ter Ordnung. D.h. alle Formeln aus dieser Vorlesung kann man auch im Falle von $A_{IN}(s)$ mit drei polstellen anwenden.

Stabilitätskriterium von Nyquist

Es gibt eine Methode, die uns im allgemeinen Fall sagt ob die Polstellen von

$$A_{FB}(s) = \frac{A_{IN}(s)A_{OL}(s)}{1-\beta A(s)} \quad (31)$$

einen negativen Realteil haben, bzw. ob die entsprechende Schaltung mit Rückkopplung stabil ist. Die Annahme ist, dass alle Faktoren eine Frequenzabhängigkeit haben:

$$\beta A(s) = \frac{L(s)}{M(s)}; A_{IN}(s)A_{OL}(s) = \frac{N(s)}{O(s)} \quad (32)$$

Diese Methode ist das Stabilitätskriterium von Nyquist. Stabilitätskriterium von Nyquist basiert auf dem Bode-Diagramm.

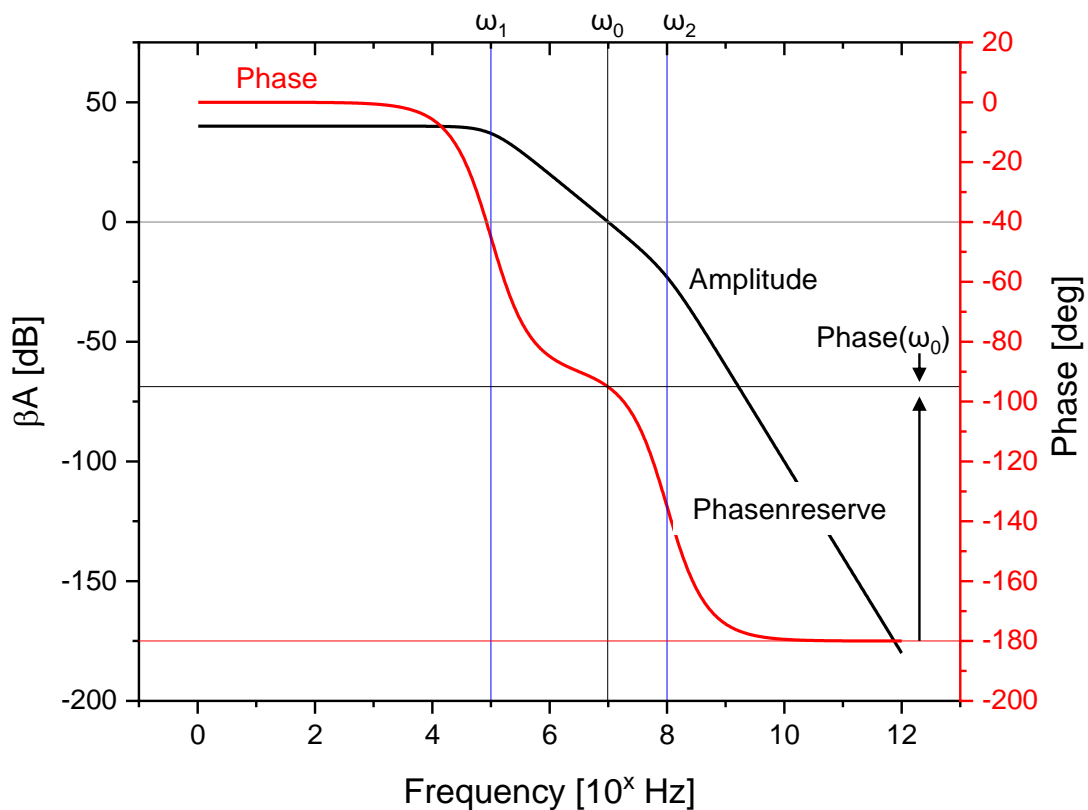


Abbildung 13: Bode-Diagramm

Das Bode Diagramm einer Übertragungsfunktion $\beta A(j\omega)$ mit zwei Zeitkonstanten

$$\beta A(j\omega) = \frac{A}{(j\omega/\omega_1 + 1)(j\omega/\omega_2 + 1)} \quad (33)$$

wird in Abbildung 13 gezeigt. Die linke Y-Achse ist $|\beta A(j\omega)|$ in dB oder $20 \log(|\beta A(j\omega)|)$.

$$|\beta A(j\omega)| = \frac{A}{\sqrt{\left(\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 + 1\right)\left(\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2 + 1\right)}} \quad (34)$$

X-Achse ist $\log(\omega)$.

Die Frequenzen $\omega_1 = 0.1$ MHz und $\omega_2 = 100$ MHz sind die Polstellen von $\beta A(j\omega)$. Die Steigung nach der ersten Polstelle ist -20dB/Dekade und nach der zweiten Polstelle -40dB/Dekade.

Die rechte Y-Achse ist die Phase von $\beta A(j\omega)$:

$$\text{Phase}(\omega) = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right) \quad (35)$$

Die Phase ändert sich um -90° um jede Polstelle ω (im Bereich um 0.1ω bis 10ω).

Wir definieren die Grenzfrequenz ω_0 (zero crossing frequency) als die Frequenz, welche folgendes erfüllt:

$$|\beta A(j\omega_0)| = 1 \quad (|\beta A(j\omega_0)| = 0 \text{ dB}).$$

Eine Schaltung mit Rückkopplung ist stabil¹ (s. Folien DAS_2020_10_Nyquist_Beweis.pptx), wenn der Absolutwert der Phasenänderung der Schleifenverstärkung $\beta A(i\omega)$ von $\omega = 0$ bis $\omega = \omega_0$ kleiner als 180° ist.

Die Differenz 180° minus Absolutwert der Phasenänderung nennen wir die Phasenreserve (Abbildung 13).

Die Bedingung für die Gültigkeit vom Nyquist-Kriterium ist, dass die Funktionen $\beta A(s)$ und $A_{IN}(s)A_{OL}(s)$ keine Polestellen mit positiven Realteil haben.

¹ Die Polestellen seiner Übertragungsfunktion $A_{FB}(i\omega)$ haben negative Realteile

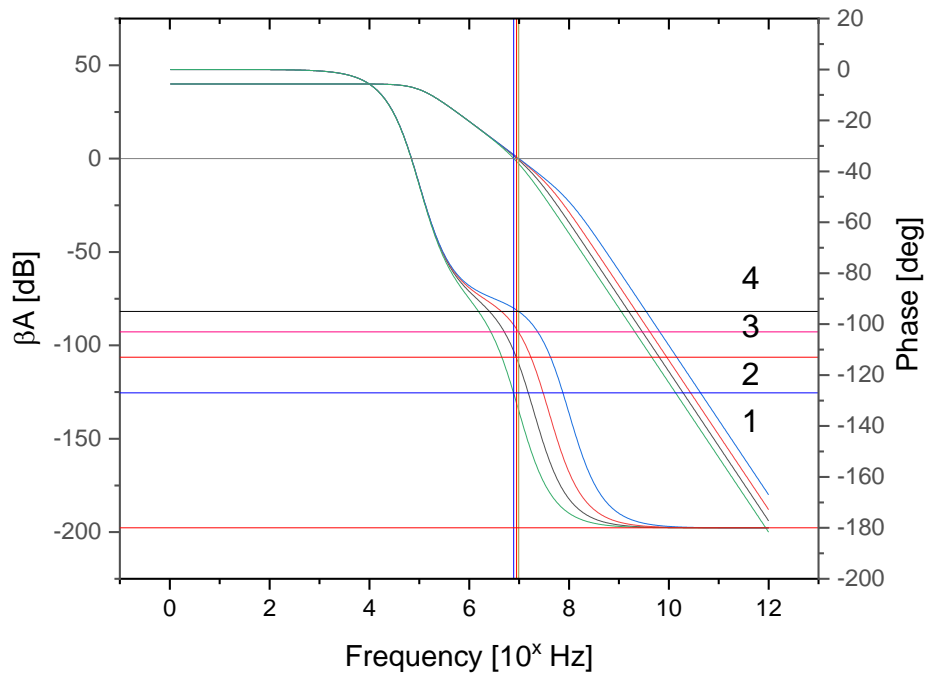


Abbildung 14: Bode-Diagramme von $\beta A(s)$ Funktionen mit den Parametern aus der Tabelle

Abbildung 14 zeigt Bode-Diagramme für die βA_{OL} Funktionen mit Parametern aus der Tabelle. (Es gilt auch $\beta A_{OL,DC} = 100$.) Es sind dieselben Parameter, wie in Abbildung 10. βA_{OL} mit Phasenreserve $< 67^\circ$ führt zur periodischen Sprungantwort.

Case	ω_1	ω_2	Q	PM
1	0.1MHz	$100 \times \omega_1$	1	53°
2	0.1MHz	$200 \times \omega_1$	0.707	67°
3	0.1MHz	$400 \times \omega_1$	0.5	77°
4	0.1MHz	$1000 \times \omega_1$	0.32	85°

Die Bedingung für aperiodische Sprungantwort

$$\tau_2 = \frac{1}{4} \frac{\tau_1}{|\beta A_{DC}|}; Q = 0.5$$

entspricht einer Phasenreserven von $= 77^\circ$.

Die Bedingungen für die schnellste Sprungantwort

$$\tau_2 = \frac{1}{2} \frac{\tau_1}{|\beta A_{DC}|}; Q = 0.707$$

entspricht einer Phasenreserven von 67° .

So mehr die erste und die zweite Zeitkonstanten getrennt sind, desto größer ist die Phasenreserve.

Erste Implementierung des zweistufigen Spannungsverstärkers

Wir werden von den Spezifikationen aus Tabelle anfangen:

Spannungsverstärker	
Parameter	Wert
C_{load}	100pF
R_{load}	100 Ω
A_{FB}	50
A_{OL}	1000
βA	20

Wir können den Verstärker auf zwei Arten optimieren:

- 1) Der Stromverbrauch (Leistungsverbrauch) soll minimal sein.
- 2) Die Bandbreite definiert mit Gleichung (30) soll so groß wie möglich sein – die Anstiegszeit von Sprungantwort soll minimal sein.

Wir werden den Verstärker für kleinen Stromverbrauch optimieren.

Wir verwenden als erste Verstärkerstufe einen einfachen Operationsverstärker mit Stromspiegel und als die zweite Stufe einen common source Verstärker mit aktiver Last (ohne Kaskode). Unsere Standard-Verstärker (Verstärker in Standardgröße) haben $I_{bias} = 50\mu A$, $g_m = 1mS$, $r_{out} = 50k\Omega$. Die Spannungsverstärkung vom Verstärker ohne einer resistiven Last ist $A = g_m r_{out} = 50$. Wenn wir den Standardverstärker als zweite Stufe verwenden und an $R_{load} = 100\Omega$ anschließen, hat er eine Spannungsverstärkung von nur:

$$A_2 = g_m (r_{out} || R_{load}) \sim g_m R_{load} = 0.1$$

A_2 ist hier als Absolutwert definiert, die eigentliche Verstärkung d_{vout}/d_{vin} ist negativ ($= -A_2$).

Der zweistufige Verstärker hätte dann eine Verstärkung von nur $A = A_1 A_2 = 50 \times 0.1 = 5$.

Wir benötigen mindestens eine Verstärkung $A_2 = 20$, um die spezifizierte Gesamtverstärkung von 1000 zu erreichen.

Wir werden deshalb, im Falle von zweiter Stufe, so viele common source Verstärker in Parallel schalten, bis die Verstärkung 20 wird:

$$A_2 = g_{m,par}(r_{out,par} || R_{load}) \sim 20$$

Wir müssen etwa 200 Standard-Verstärkern verwenden (Abbildung 15).

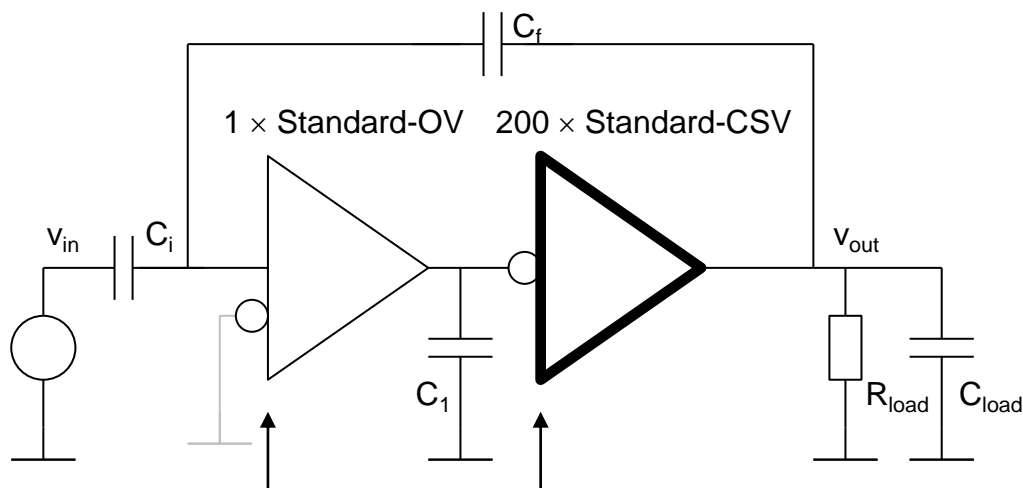
Es gilt dann:

$$g_{m2} = g_{m,par} = 200 \times 1mS = 200mS \quad (36)$$

$$r_{out2} = r_{out,par} = 50k\Omega / 200 = 250\Omega \quad (37)$$

und

$$A_2 = g_2(r_{out,2} || R_{load}) \sim g_{m2} R_{load} = 20 \quad (38)$$



Standardverstärker

$$g_{m1} = 1mS$$

$$r_{out1} = 50k\Omega$$



$$A_1 = g_{m1} r_{out1} = 50$$

200 Standardverstärker in parallel

$$g_{m2} = 1mS$$

$$r_{out2} = 250\Omega > R_{load}$$

$$R_2 = \sim R_{load}$$



$$A_2 = 20$$

Abbildung 15: Zweistufiger Spannungsverstärker, Implementierung mit den Standardverstärkern (Verstärker mit $I_{bias} = 50\mu A$). Die erste Verstärkerstufe ist mit einem Operationsverstärker (OV) in Standardgröße implementiert. Die zweite Verstärkerstufe besteht aus 200 common source Verstärkern (CSV) (jeweils Standardgröße) in Parallel.

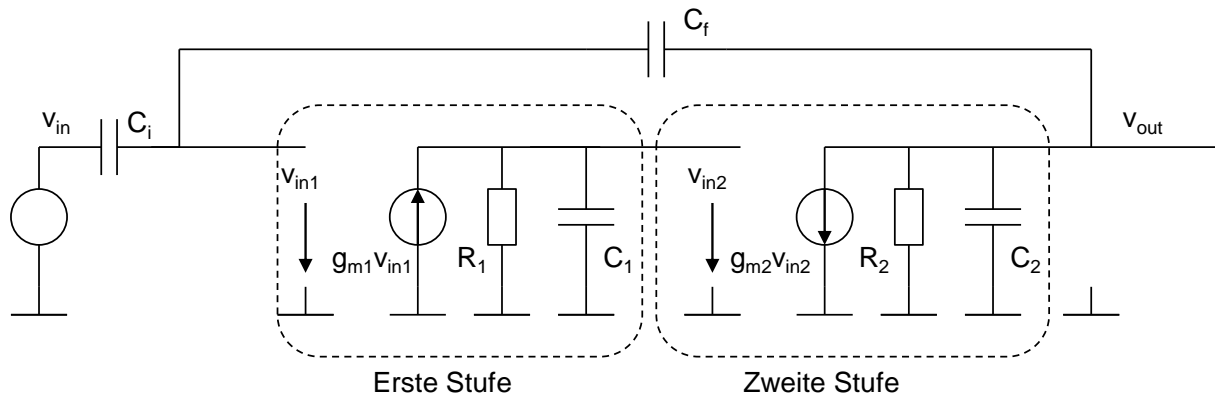


Abbildung 16: Zweistufiger Spannungsverstärker - Kleinsignalmodell

Die implementierte Schaltung von Abbildung 15 entspricht der generischen Schaltung von Abbildung 16 wenn die Werte aus folgender Tabelle gelten:

Generische Schaltung	Implementierte Schaltung	Wert
R_1	r_{out1}	$50k\Omega$
R_2	R_{load}	100Ω
C_2	C_{load}	$100pF$
C_1	C_1	TBD
g_{m1}	g_{m1}	$1mS$
g_{m2}	g_{m2}	$200mS$
A_1	$g_{m1}r_{out1}$	50
A_2	$g_{m1}R_{load}$	20

Berechnen wir nun die Faktoren β , A_{IN} , und A_{OL} .

Die Rückkopplung realisieren wir mit zwei Kondensatoren C_i und C_f . Wir setzen $C_i = 50 C_f$. Der Wert für C_f kann relativ frei gewählt werden, setzen wir $C_f = 200fF$. (Größere C_f Werte führen zu kleinerem Rauschen.)

In dem Fall bekommen wir

$$\beta = \frac{C_f}{C_f + C_i} = 0.02 \quad (39)$$

und

$$A_{IN} = \frac{C_i}{C_f + C_i} \sim 1 \quad (40)$$

Die Leerlaufverstärkung ist (s. (14)):

$$A_{OL}(s) = \frac{-g_{m1}r_{out1}g_{m2}R_{load}}{(1+s r_{out1}C_1)(1+s R_{load}C_{load})} = \frac{-A_1A_2}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} \quad (41)$$

Die Formel ist gleich wie (14).

A_{FB} und die Sprungantwort sind mit Formeln (15), (23) und (25) beschrieben.

Stabilität

Berechnen wir jetzt den Wert von Kondensator C_1 um eine Sprungantwort ohne Schwingungen zu erhalten.

Die Bedingung für τ_2 für eine Sprungantwort ohne Überschwinger ist (27):

$$\tau_2 < \frac{1}{4} \frac{\tau_1}{|\beta A_{OL,DC}|}$$

Die dominante Zeitkonstante τ_1 beträgt dann:

$$\tau_1 > 4|\beta A_{OL,DC}|R_{load}C_{load} = 4 \times 20 \times 10 \text{ ns} = 800 \text{ ns} \quad (42)$$

Diese Bedingung kann durch passende C_1 erreicht werden:

$$\tau_1 = r_{out1}C_1 > 4|\beta A_{OL,DC}|R_{load}C_{load} \Rightarrow C_1 > \frac{4 \times 20 \times 10 \text{ ns}}{50 \text{ k}\Omega} = 16 \text{ pF} \quad (43)$$

Die minimale Anstiegszeit in Sprungantwort ist dann ungefähr:

$$\tau_r \sim \frac{\tau_1}{\beta A_{OL,DC}} = \frac{C_1}{\beta g_{m1}A_2} > \frac{4|\beta A_{OL,DC}|R_{load}C_{load}}{\beta A_{OL,DC}} = 4R_{load}C_{load} = 40 \text{ ns} \quad (44)$$

τ_r ist leider relativ lang, was Sprungantwort langsam macht und die Bandbreite reduziert.

Die folgende Tabelle fasst die Ergebnisse zusammen:

Generische Schaltung	Implementierte Schaltung	Wert
R_1	r_{out1}	50k Ω

R_2	R_{load}	100Ω
C_2	C_{load}	$100pF$
C_1	C_1	$16pF$
g_{m1}	g_{m1}	$1mS$
g_{m2}	g_{m2}	$200mS$
A_1	$g_{m1}r_{out1}$	50
A_2	$g_{m1}R_{load}$	20
τ_1	$r_{out1} C_1$	$4\beta A\tau_2$
τ_2	$R_{load} C_{load}$	$10ns$
βA	$\beta A_1 A_2$	20

Fazit: Der zweistufige Verstärker erfüllt die Spezifikation für Leerlaufverstärkung und hat etwa $50\times$ kleineren Stromverbrauch als der einstufige Verstärker. Die minimale Anstiegszeit von Sprungantwort ist etwa $40\times$ schlechter als die Anstiegszeit von einstufigen Verstärker. Abbildung 17 zeigt den Vergleich.

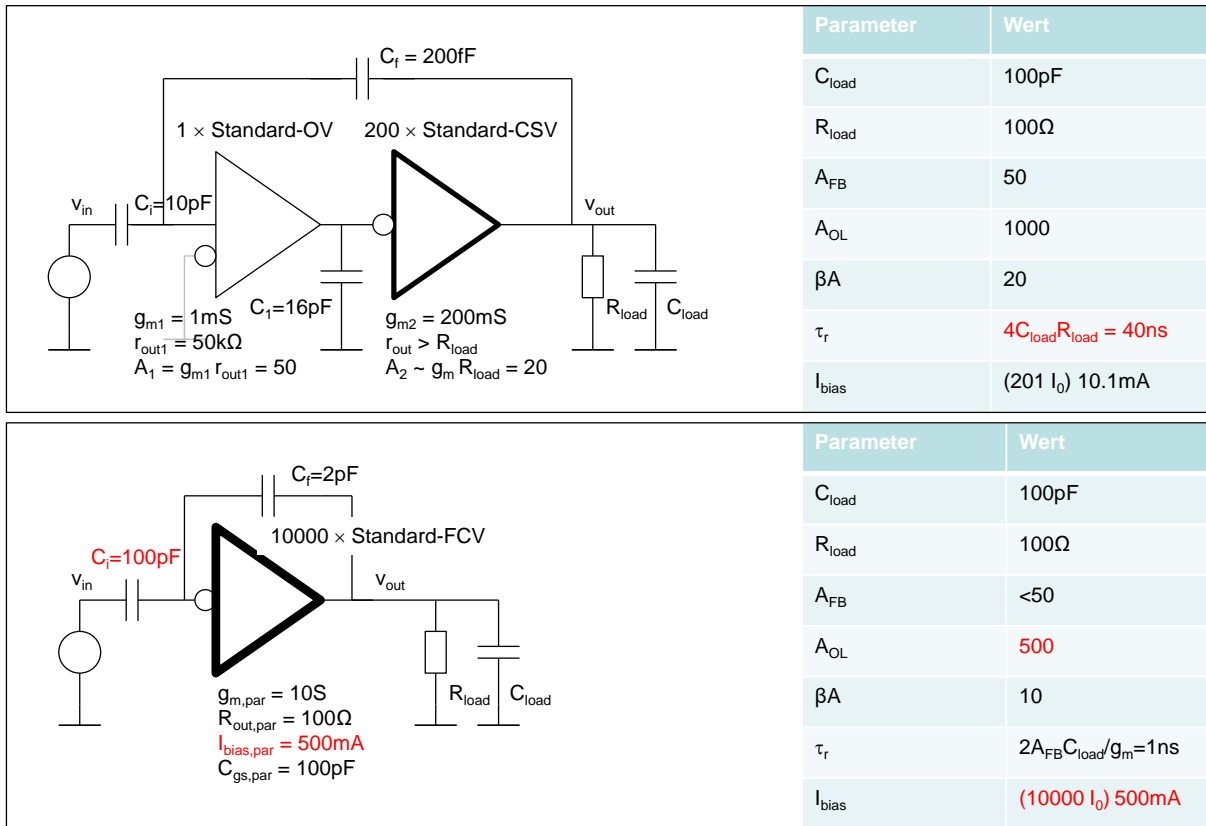


Abbildung 17: Vergleich zwischen Spannungsverstärkern mit zwei Stufen (oben) und mit einer Stufe (unten). Nachteile sind rot markiert – z.B. im Fall von einstufigen Verstärkern hoher Stromverbrauch oder hohe Eingangskapazität. OV – Operationsverstärker, CSV – common source Verstärker, FCV – folded cascode Verstärker.

Vorlesung 11

Implementierung 2 (Frequenzkompensation)

Wir haben gesehen, dass ein zweistufiger Verstärker hohe Verstärkung bei niedrigem Stromverbrauch erreichen kann. Die einfache Variante von Abbildung 15 hat eine relativ kleine Bandbreite (30) wenn die Rückkopplung verwendet wurde.

Eine Verbesserung erreichen wir durch Schalten der Kapazität C_1 zwischen dem Eingang und dem Ausgang der zweiten Stufe (Abbildung 18). Diese Technik nennt man Frequenzkompensation. Die DC Verstärkung der zweiten Stufe muss dafür negativ sein. Die Kapazität zwischen dem Eingang und dem Ausgang der zweiten Stufe trennt die Zeitkonstanten (pole splitting) und reduziert damit die Oszillationen und verbessert die Bandbreite. Wir werden jetzt in diesem Kapitel eingehen.

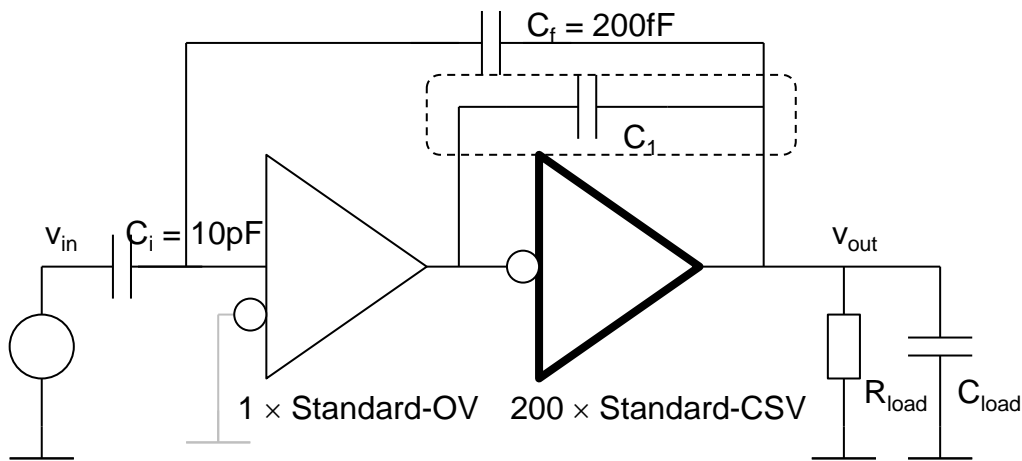


Abbildung 18: Zweistufiger Verstärker mit Frequenzkompensation

Wir fangen mit den Dimensionen von Verstärkerstufen wie im ersten Beispiel an:

Generische Schaltung	Implementierte Schaltung	Wert
R_1	r_{out1}	$50k\Omega$
R_2	R_{load}	100Ω
C_2	C_{load}	$100pF$
C_1	C_1	TBD
g_{m1}	g_{m1}	$1mS$

g_{m2}	g_{m2}	200mS
A_1	$g_{m1}r_{out1}$	50
A_2	$g_{m1}R_{load}$	20

Berechnen wir die Faktoren β , A_{IN} , und A_{OL} .

Wir setzen wieder $C_i = 10\text{pF}$ und $C_f = 200\text{fF}$. Es folgt:

$$\beta = \frac{C_f}{C_f + C_i} = 0.02 \quad (45)$$

und

$$A_{IN} = \frac{C_i}{C_f + C_i} \sim 1 \quad (46)$$

Berechnen wir nun A_{OL} . Die Test-schaltung ist in Abbildung 19.

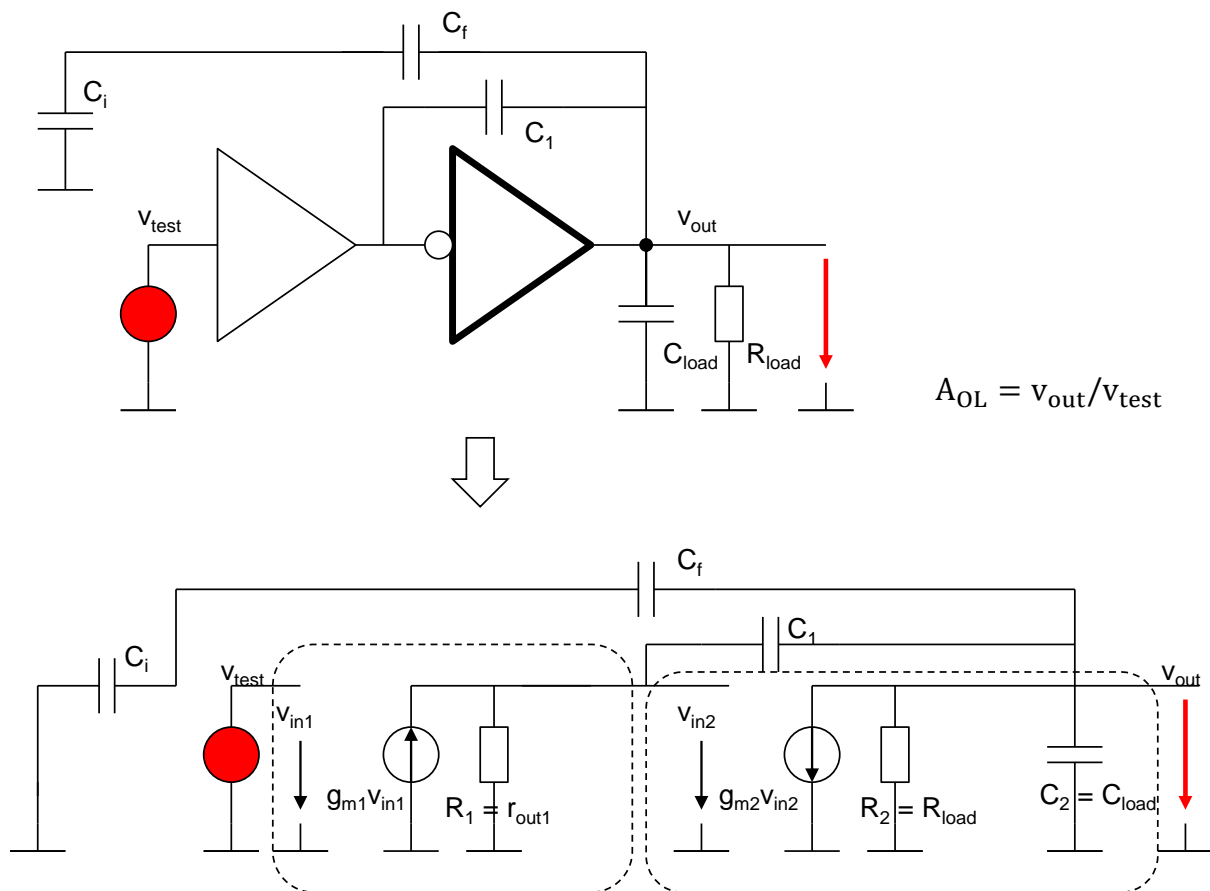


Abbildung 19: Testschaltung für die Berechnung von Leerlaufverstärkung A_{OL}

Wenn wir annehmen, dass die Reihenkapazität $C_f C_i / (C_f + C_i) \sim C_f$ viel kleiner als C_{load} ist und wenn wir die Stromquelle $g_{m1} V_{in1}$ durch äquivalente Spannungsquelle ersetzen, bekommen wir eine vereinfachte Schaltung in Abbildung 20.

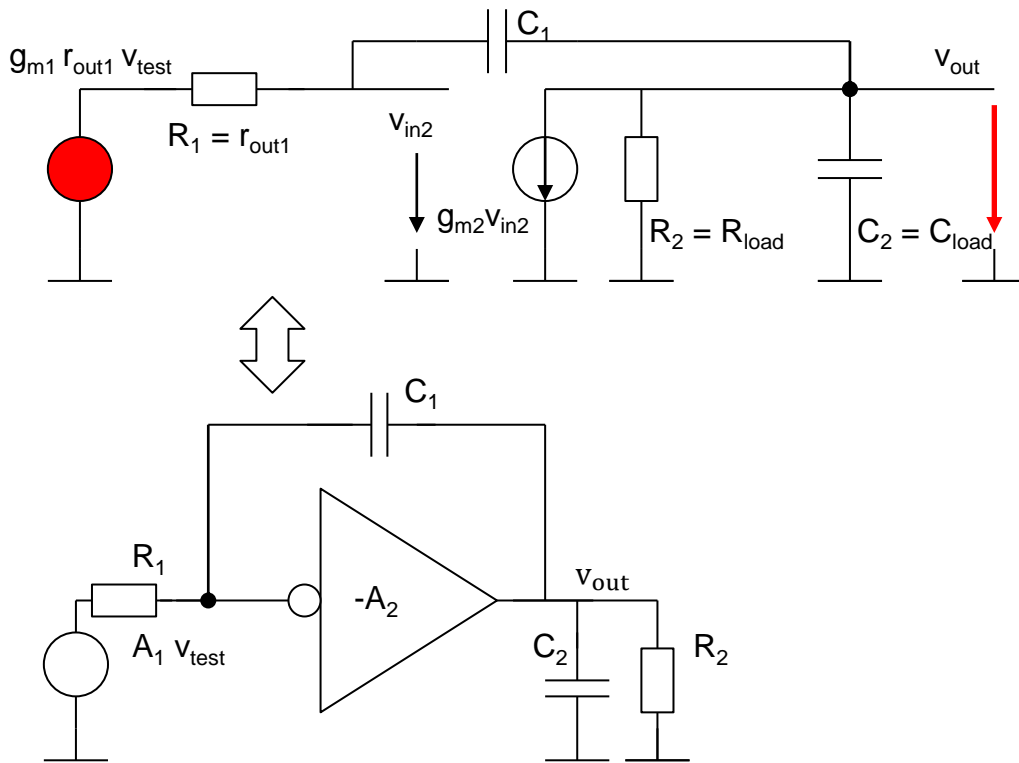


Abbildung 20: Vereinfachte Testschaltung für die Berechnung von Leerlaufverstärkung A_{OL}

Die Verstärkung A_{OL} hat eine eigene Rückkopplung, die durch C_1 und R_1 entsteht.

Wir können auch für A_{OL} die Formel von Mason verwenden:

$$A_{OL}(s) = \frac{A_{IN,AOL}A_{OL,AOL}}{1+\beta_{AOL}A_{OL,OL}} \quad (47)$$

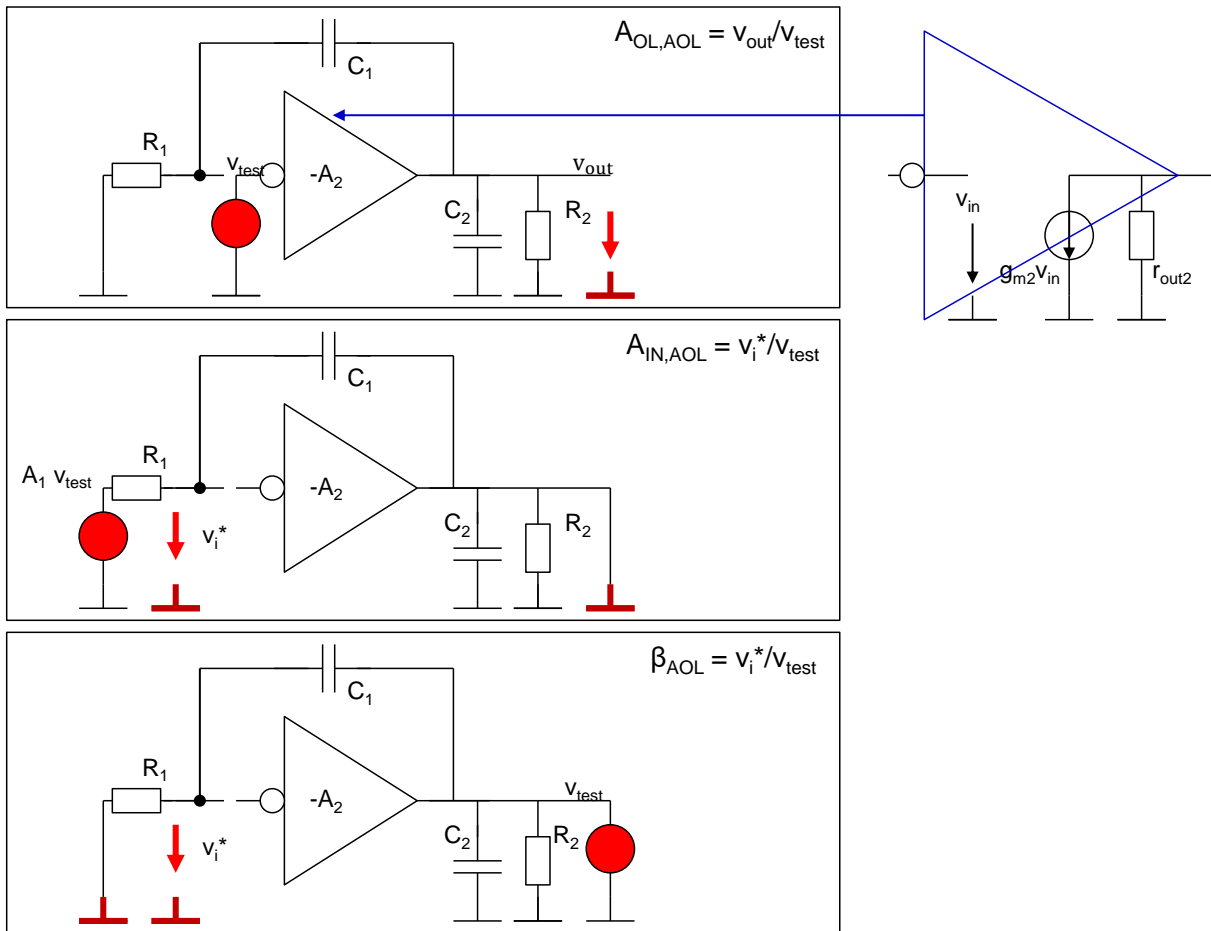


Abbildung 21: Testschaltungen für Berechnung von $A_{OL,AOL}$ (oben), $A_{IN,AOL}$ (mitte) und β_{AOL} (unten).

Die Testschaltungen für die Berechnung von Faktoren $A_{OL,AOL}$, $A_{IN,AOL}$ und β_{AOL} sind in Abbildung 21 gezeigt.

Die Leerlaufverstärkung $A_{OL,AOL}$ ist:

$$A_{OL,AOL}(s) = -\frac{g_{m2}R_{load}}{sR_{load}C_{load}+1} \equiv -\frac{A_2}{sT_2+1} \quad (48)$$

Die Verstärkung am Eingang $A_{IN,AOL}$ ist:

$$A_{IN,AOL}(s) = \frac{g_{m1}r_{out1}}{sr_{out1}C_1+1} \equiv \frac{A_1}{sT_1+1} \quad (49)$$

Die Zeitkonstanten T_1 und T_2 sind wie folgend definiert:

$$T_1 = r_{out1}C_1; \quad T_2 = R_{load}C_{load}$$

Die Rückkopplung ist:

$$\beta_{AOL}(s) = -\frac{s\Gamma_{out1}C_1}{s\Gamma_{out1}C_{1+1}} = \frac{sT_1}{sT_{1+1}} \quad (50)$$

Wenn man die Faktoren (48) - (50) in die Formel von Mason einsetzt, bekommt man:

$$A_{OL} = -\frac{\frac{A_1}{1+sT_1} \frac{A_2}{1+sT_2}}{1 + \frac{A_2}{1+sT_2} \frac{sT_1}{1+sT_1}} \quad (51)$$

Wir können die Formel (51) wie folgend umschreiben:

$$A_{OL} = -\frac{A_1A_2}{1+sT_2+sT_1+sA_2T_1+s^2T_1T_2}$$

Sortieren wir die Faktoren im Nenner nach ihrer Größe und versuchen wir den Ausdruck zu vereinfachen. Der Term sA_2T_1 ist viel größer als sT_1 . Deswegen kann sT_1 vernachlässigt werden. Wir nehmen an, dass sA_2T_1 viel größer als sT_2 ist. Der Faktor $s^2T_1T_2$ kann nicht weggelassen werden, da er für hohe Frequenzen dominiert.

A_{OL} vereinfacht sich wie folgend:

$$A_{OL} = -\frac{A_1A_2}{1+sA_2T_1+s^2T_1T_2}$$

Wir können einen kleinen Term sT_2/A_2 zu dem Polynom in Nenner addieren – das ändert wenig und erlaubt uns das Polynom zu faktorisieren. Wir bekommen:

$$A_{OL} = -\frac{A_1A_2}{\left(1+s\frac{T_2}{A_2}\right)(1+sA_2T_1)} = -\frac{A_1A_2}{(1+s\tau_{2,B})(1+s\tau_{1,B})} \quad (52)$$

Vergleichen wir A_{OL} im Fall wenn C_1 an Masse angeschlossen ist (Fall A, ohne Frequenzkompensation - Abbildung 22 oben) und wenn C_2 zwischen dem Eingang und dem Ausgang der zweiten Stufe angeschlossen ist (Fall B, Frequenzkompensation - Abbildung 22 unten).

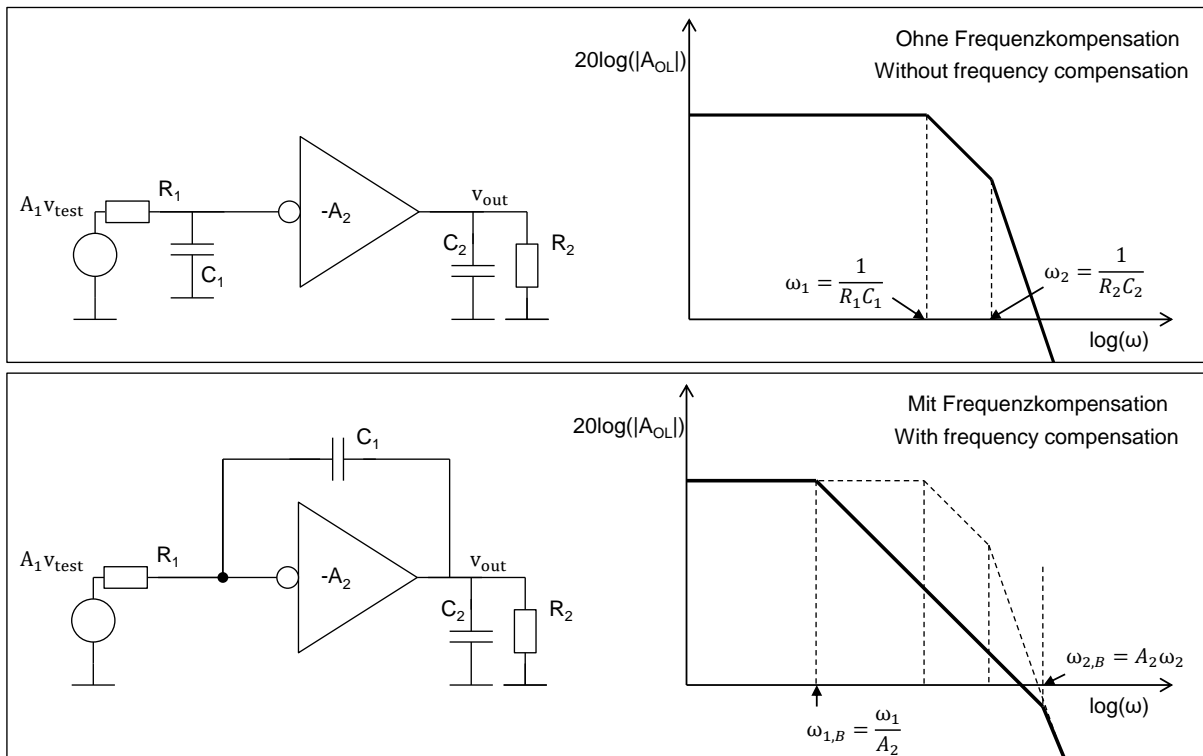


Abbildung 22: Verstärkung $A_{OL} = v_{out}/v_{test}$ ohne/mit Frequenzkompensation

Die Frequenzkompensation führt dazu dass sich der Abstand zwischen Polestellen vergrößert.

Die Zeitkonstanten von $A_{OL}(s)$ ohne Frequenzkompensation sind (41):

$$\tau_1 = T_1; \tau_2 = T_2$$

Die Zeitkonstanten von $A_{OL}(s)$ mit Frequenzkompensation sind (52):

$$\tau_{1,B} = A_2 T_1; \tau_{2,B} = T_2 / A_2.$$

Eine Erklärung für längere Zeitkonstante $\tau_{1,B}$ ist der Miller-Effekt. Wir werden Miller-Effekt im nächsten Absatz erklären.

Wir haben in der Analyse die Eingangskapazität der zweiten Stufe - die Gate-Source Kapazität vom Transistor T_{in2} vernachlässigt. Diese Vernachlässigung ist nur dann in Ordnung, wenn folgendes gilt:

$$C_1 \gg C_{gs} \quad (52b)$$

Stabilität

Berechnen wir jetzt die Parameter der Schaltung C_1 , g_{m1} und g_{m2} um die Anstiegszeit von 2 ns (vergleichbar mit dem einstufigen Verstärker) und eine Sprungantwort ohne Schwingungen zu erhalten.

$$\tau_{r,B} = 2 \text{ ns} \quad (52c)$$

Die Bedingung für eine Sprungantwort ohne Überschwinger ist (27):

$$\tau_{2,B} < \frac{1}{4} \frac{\tau_{1,B}}{|\beta_{A_{OL,DC}}|}$$

Daraus folgt:

$$\tau_{1,B} > \frac{4|\beta_{A_{OL,DC}}|R_{load}C_{load}}{A_2} = 4\beta_{A_1}R_{load}C_{load} \quad (53)$$

Diese Bedingung kann durch folgende Dimensionierung von C_1 erreicht werden:

$$\tau_{1,B} = A_2 r_{out1} C_1 > 4\beta_{A_1} R_{load} C_{load} \Rightarrow C_1 > \frac{4\beta_{g_{m1}}}{g_{m2}} C_{load} \quad (54)$$

Die Anstiegszeit in Sprungantwort erfüllt die Bedingung:

$$\tau_{r,B} \sim \frac{\tau_{1,B}}{\beta_{A_{OL,DC}}} = \frac{A_2 r_{out1} C_1}{\beta_{g_{m1}} r_{out1} A_2} = \frac{C_1}{\beta_{g_{m1}}} > \frac{4\beta_{g_{m1}} C_{load}}{\beta_{g_{m1}} g_{m2}} = \frac{4C_{load}}{g_{m2}} \quad (55)$$

Aus der rechten Seite von (55) bekommen wir die erforderliche Transkonduktanz g_{m2} um die minimale Zeitkonstante von 2 ns zu erreichen:

$$\frac{4C_{load}}{g_{m2}} = 2 \text{ ns} \Rightarrow g_{m2} = 4 \frac{100 \text{ pF}}{2 \text{ ns}} = 200 \text{ mS}$$

Das ist gleich wie unser Anfangswert.

Berechnen wir nun die Gate-Source Kapazität von T_{in2} . Um die Transkonduktanz von 200 mS zu erreichen brauchen wir 200 Standardverstärker in Parallel. Wir nehmen an, dass ein Standardverstärker für die zweite Stufe die Kapazität C_{gs} von etwa 10fF hat. Die gesamt Gate-Source Kapazität von T_{in2} (besteht aus 200 Standardtransistoren in Parallel) ist dann:

$$C_{gs2} = 200 \times C_{gs,standard} = 200 \times 10 \text{ fF} = 2 \text{ pF}$$

Damit unsere Formel stimmen, muss die Bedingung (52b) erfüllt werden:

$$C_1 > C_{gs} = 2 \text{ pF}$$

Wir legen $C_1 = 4 \text{ pF}$ fest.

Aus der linken Seite von (55) bekommen wir die erforderliche Transkonduktanz g_{m1} um die Zeitkonstante von 2 ns tatsächlich zu erreichen und gleichzeitig keine Schwingungen in Sprungantwort zu haben.

$$\frac{C_1}{\beta g_{m1}} = 2 \text{ ns} \Rightarrow g_{m1} = \frac{4 \text{ pF}}{0.02 \times 2 \text{ ns}} = 100 \text{ mS}$$

Da ein Standardverstärker die Transkonduktanz von 1 mS hat, müssen wir für die erste Stufe 100 Verstärker in Parallel nehmen.

Folgende Tabelle fasst die Ergebnisse zusammen:

Generische Schaltung	Implementierte Schaltung	Wert
R_1	r_{out1}	50k Ω /100
R_2	R_{load}	100 Ω
C_2	C_{load}	100pF
C_1	C_1	4pF
g_{m1}	g_{m1}	1mS \times 100
g_{m2}	g_{m2}	200mS
A_1	$g_{m1}r_{out1}$	50
A_2	$g_{m1}R_{load}$	-20
βA	$\beta A_1 A_2$	20

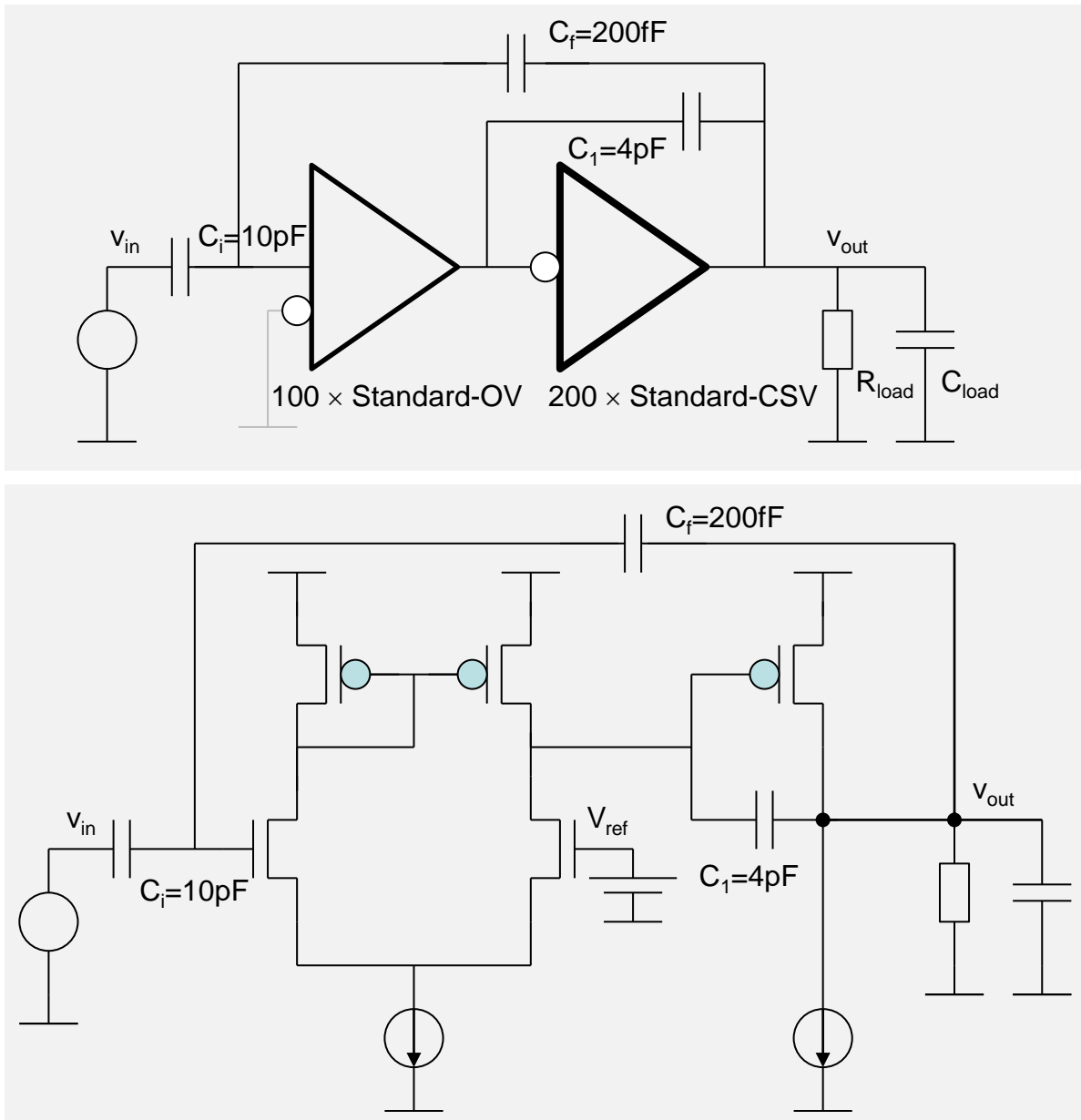


Abbildung 23: Invertierender Spannungsverstärker mit zwei Verstärkerstufen – vollständiger Schaltplan

Abbildung 23 zeigt die vollständige Schaltung. Die DC-Spannungsquelle V_{ref} kann als Spannungsteiler (angeschlossen an GND und VDD) realisiert werden.

Fazit: Der zweistufige Verstärker erfüllt die Spezifikationen für Leerlaufverstärkung und hat etwa 33× kleineren Stromverbrauch als der einstufige Verstärker. Die Anstiegszeit ist 2× größer als die Anstiegszeit vom einstufigen Verstärker.

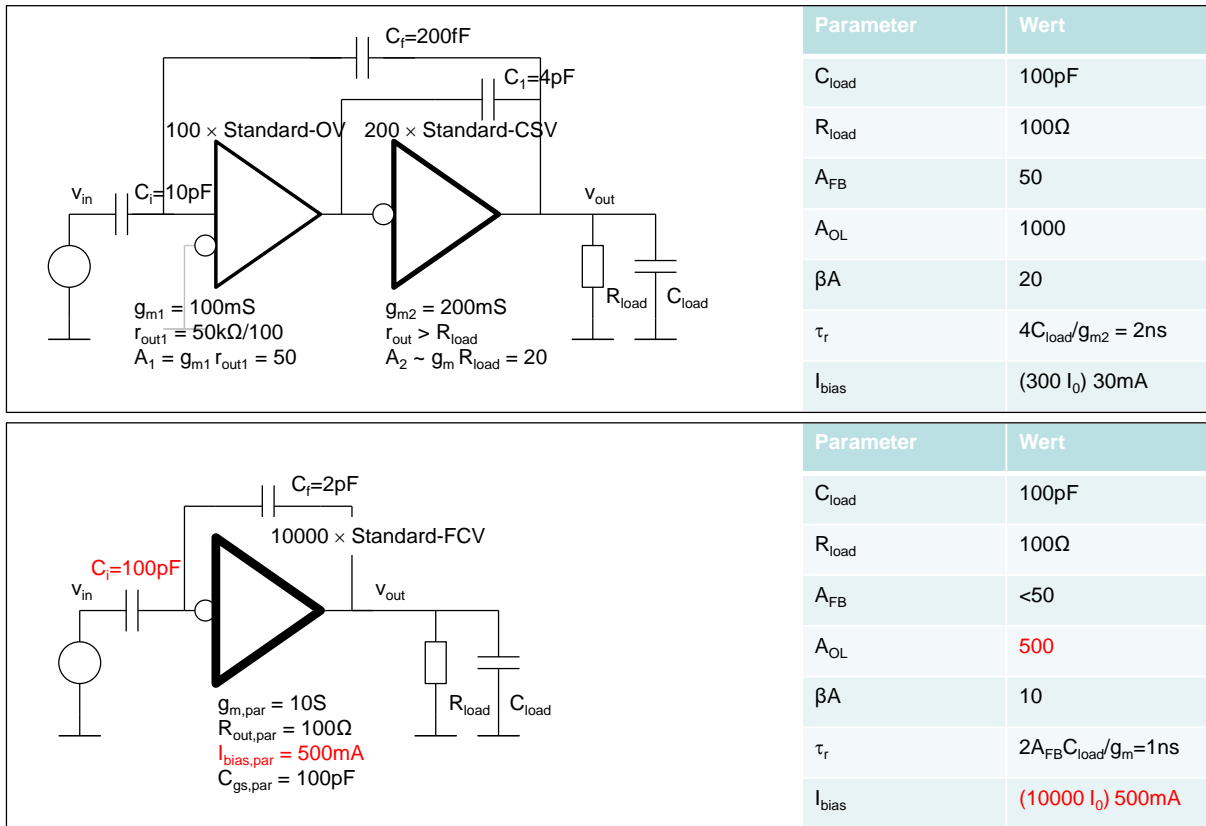


Abbildung 24: Vergleich zwischen Spannungsverstärkern mit zwei Stufen und Frequenzkompensation (oben) und mit einer Stufe (unten). Nachteile sind rot markiert. OV – Operationeverstärker, CSV – common source Verstärker, FCV – folded cascode Verstärker.

Miller-Effekt

Wenn der Kondensator C zwischen dem Eingang und dem Ausgang eines Spannungsverstärkers mit der negativen Verstärkung ($-A$) angeschlossen ist, wird seine Kapazität um $\sim A$ vergrößert (Abbildung 25).

Ein Widerstand R angeschlossen an diese Schaltung erzeugt die Zeitkonstante

$$\tau_1 = R \times A \times C.$$

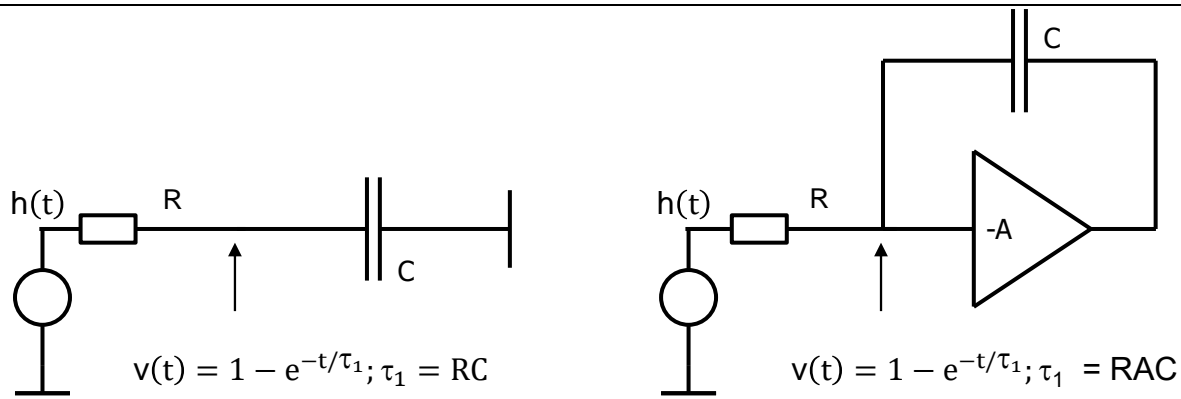


Abbildung 25: Vergleich zwischen Zeitkonstanten. Links: R sieht Kapazität C. Rechts: R sieht größere Kapazität.

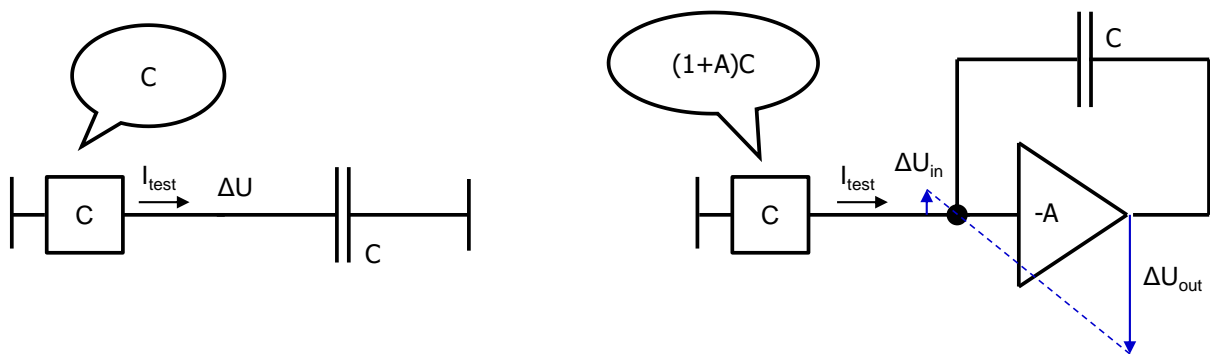


Abbildung 26: Miller-Effekt - Erhöhung von C

Abbildung 26 verdeutlicht warum die Kapazität größer wird.

Ein „C-Meter“ misst die Kapazität indem es einen Strom I_{test} erzeugt und misst wie viel die Spannung am Kondensator (ΔU) angestiegen ist nach der Zeit ΔT - Abbildung 26 (links). Die Kapazität kann man mit folgender Formel bestimmen:

$$I_{test} = C \frac{\Delta U}{\Delta T} \Rightarrow C = I_{test} \frac{\Delta T}{\Delta U}$$

Kleinere Spannungsänderung bedeutet größere Kapazität.

Nehmen wir jetzt an, dass genau der gleiche Strom in den Kondensator mit Verstärker fließt - Abbildung 26 (rechts).

Die Spannung zwischen den Kondensator-Elektroden ist nach der Zeit ΔT gleich wie vorher:

$$\Delta U = \frac{I_{test}}{C} \Delta T$$

Die Spannung am Eingang des Verstärkers ändert sich nur um etwa:

$$\Delta U_{in} = \frac{\Delta U}{A+1} \ll \Delta U$$

Die Spannung am Ausgang ändert sich um

$$\Delta U_{\text{out}} = -\Delta U \frac{A}{A+1} \sim \Delta U$$

Die Differenz $\Delta U_{\text{in}} - \Delta U_{\text{out}}$ ist U.

Da das Messgerät eine um A+1 kleinere Spannungsänderung als ΔU misst, interpretiert es wie eine um Faktor A+1 größere Kapazität als C.

Wenn wir einen Widerstand an Eingang des Verstärkers mit C anschließen verhält sich der Verstärker als ein großer Kondensator mit der Kapazität (A+1)C. Entsprechend groß ist die Zeitkonstante. Solche Verstärkung der Kapazität nennt man Miller-Effekt.

Betrachten wir noch einmal die Schaltung von Abbildung 20 und versuchen wir deren Verhalten zu verstehen.

Die Übertragungsfunktion war (52)

$$A_{OL} = - \frac{A}{\left(1 + s \frac{T_2}{A_2}\right) (1 + s A_2 T_1)} = - \frac{A}{(1 + s \tau_{2,B})(1 + s \tau_{1,B})}$$

mit

$$T_1 = R_1 C_1; T_2 = R_2 C_2; A_2 = g_{m2} R_2$$

Die Herleitung dieser Übertragungsfunktion war relativ lang. Da wir Miller-Effekt eingeführt haben, können wir die Zeitkonstanten besser verstehen. Die Schaltung von Abbildung 20 kann wie in Abbildung 27 vereinfacht gezeichnet haben.

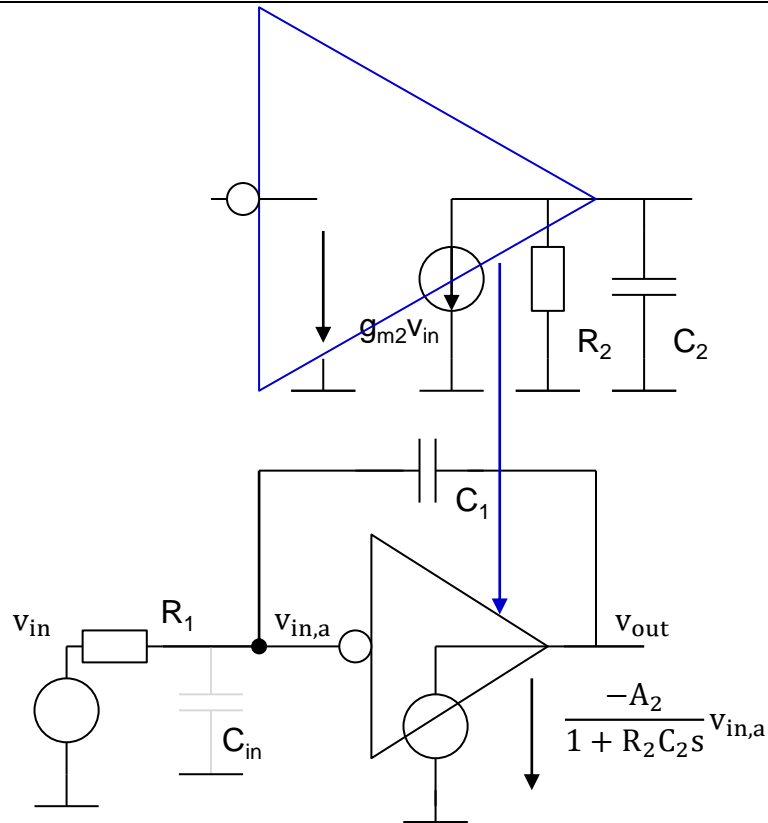


Abbildung 27: Integrator

Erste Zeitkonstante $\tau_{1,B}$ entsteht deswegen weil R_1 an die Kapazitäten angeschlossen ist. Wie oben beschrieben, wird die Kapazität C_1 wird um Faktor $1 + A_2 \sim A_2$ verstärkt. Widerstand R_1 sieht die Kapazität $A_2 C_1$. Die Zeitkonstante ist $\tau_{1,B}$ ist:

$$\tau_{1,B} = R_1 C_1 A_2$$

Die Erklärung für kürzere Zeitkonstante $\tau_{2,B}$ ist die Rückkopplung. Die Zeitkonstante wäre ohne Rückkopplung nur $T_2 = R_2 C_2$. Wir haben in vorherigen Vorlesungen gesehen, dass eine negative Rückkopplung den Ausgangswiderstand (bzw. die Ausgangsimpedanz) beeinflusst (Formel von Blackman) indem die Impedanz um $1 - \beta A(i\omega)$ kleiner wird. Wenn $\beta A(i\omega)$ eine Realzahl ist $\beta A(i\omega) \equiv \beta A$, wird auch die Zeitkonstante verursacht durch den Ausgangswiderstand um $1 - \beta A$ kleiner. Das bedeutet in unserem Beispiel:

$$\tau_{2,B} = \frac{T_2}{1 - \beta A}$$

Es gilt $\tau_{2,B} < T_1$. Für $\omega > 1/T_1$ ist die Schleifenverstärkung reell:

$$\beta A(i\omega) \equiv \beta A = -A_2$$

In der Serienschaltung von R_1 und C_1 , kann R_1 vernachlässigt werden.

Demensprechend:

$$\tau_{2,B} = \frac{T_2}{-\beta A} = \frac{T_2}{A_2}$$

Wenn wir eine Eingangskapazität C_{in} haben (diese Kapazität wäre z.B. die Gate-Source Kapazität des Eingangstransistors), verändern sich die Zeitkonstanten wie folgend:

Widerstand R_1 sieht nun die verstärkte Kapazität $A_2 C_1$ und C_{in} in Parallel. Deswegen ist die erste Zeitkonstante:

$$\tau_{1,B} \sim R_1 (A_2 C_1 + C_{in}) = A_2 T_1 \left(1 + \frac{C_{in}}{C_1 A_2} \right)$$

Die Kapazität C_{in} verändert auch $\beta A(s)$. Für die Frequenzen $\omega > 1/T_1$ gilt:

$$\beta A(s) \equiv \beta A \sim - A_2 \frac{C_1}{C_1 + C_{in}}$$

Die zweite Zeitkonstante ist dann:

$$\tau_{2,B} \sim \frac{T_2}{-\beta A} = \frac{T_2}{A_2} \left(1 + \frac{C_{in}}{C_1} \right)$$

Wir sehen dass die Eingangskapazität die zweite Zeitkonstante relativ stark beeinflusst.

Die Schaltung bestehend aus einem Spannungsverstärker und einer kapazitiven Rückkopplung (Abbildung 27) ist wichtig. Es ist ein langsamer Spannungsverstärker, mit einer großen DC-Verstärkung ($-A_2$) und einer langen Zeitkonstante $A_2 R_1 C_1$. Für die Zeitintervalle, die deutlich kürzer als die Zeitkonstante sind, verhält sich die Schaltung wie ein Integrator.

Es gilt:

$$u_{out}(s) = \frac{A_2}{(s A_2 R_1 C_1 + 1) \left(s \frac{T_2}{A_2} + 1 \right)} u_{in}(s) \xrightarrow{A_2 = \infty} u_{out}(s) = \frac{u_{in}(s)}{s R_1 C_1} \quad (56)$$

Oder im Zeitdomain:

$$u_{out}(t) = \frac{1}{R_1 C_1} \int u_{in}(t) dt \quad (57)$$

Linearregler

Abbildung 28 zeigt den Linearregler realisiert als zweistufiger Verstärker mit Frequenzkompensation.

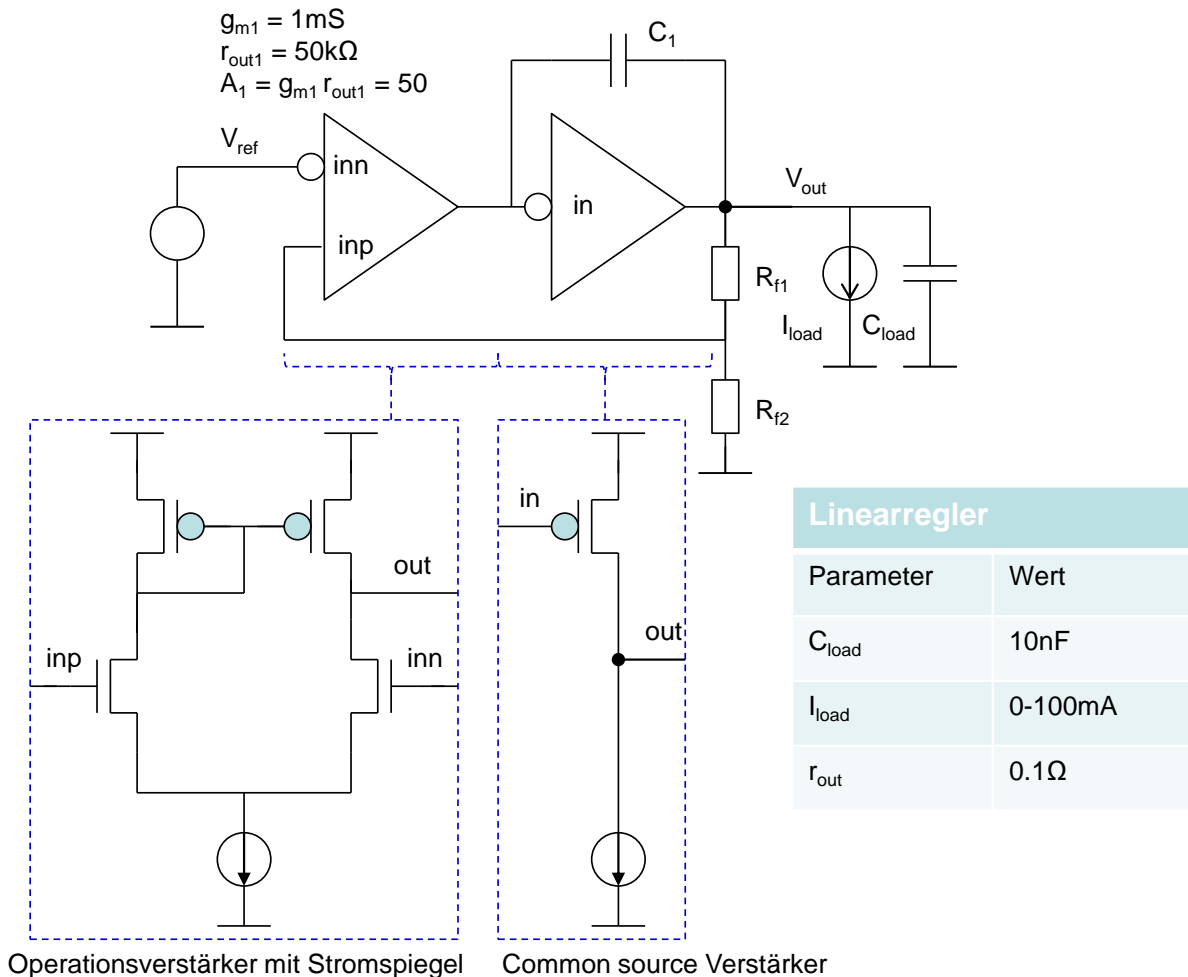


Abbildung 28: Linearregler mit einem zweistufigen Verstärker und Frequenzkompensation

Die erste Stufe (ein Operationsverstärker mit Stromspiegel) hat die gleiche Dimension wie im Spannungsverstärker:

$$g_{m1} = 1 \text{ mS}$$

$$r_{out1} = 50 \text{ k}\Omega$$

$$A_1 = g_{m1} r_{out1} = 50$$

Die zweite Stufe basiert auf dem common source Verstärker mit einer Leerlaufverstärkung von 50.

Die Gesamtverstärkung ist dann:

$$A = A_1 A_2 = 2500.$$

Um die Analyse zu vereinfachen, wählen wir folgende Werte:

$$R_{f1} = 0 \text{ und } R_{f2} = \infty. \quad (58)$$

Die Transkonduktanz g_{m2} werden wir bestimmen um einen Ausgangswiderstand mit Rückkopplung von 0.1Ω zu erreichen:

$$r_{out} = 0.1 \Omega. \quad (59)$$

Berechnen wir zuerst die DC-Spannung V_{out} mit der Formel von Mason. Abbildung 29 zeigt die Testschaltungen für Berechnung von A_{IN} , β und A_{OL} .

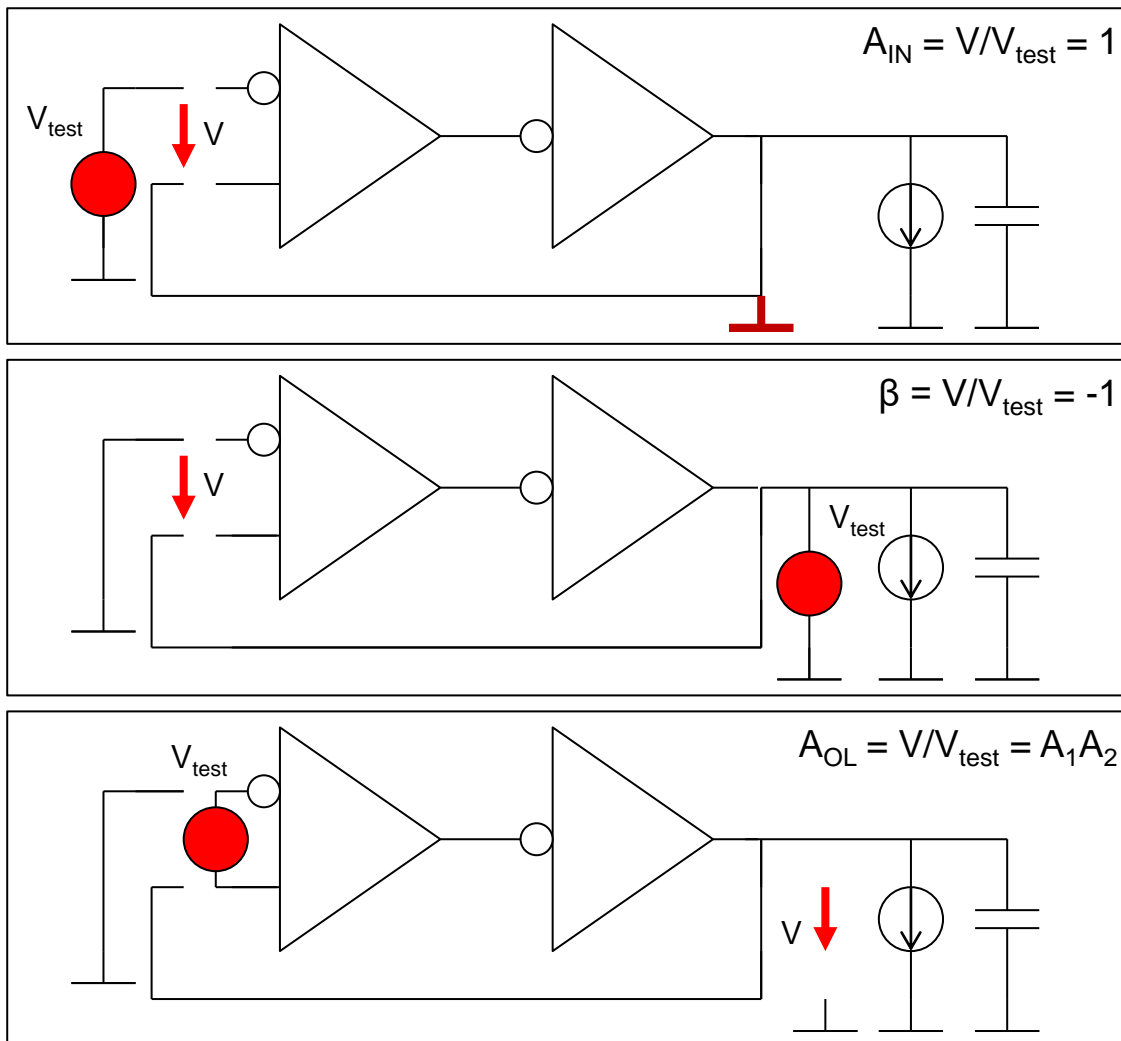


Abbildung 29: Linearregler - Testschaltungen für A_{IN} , β und A_{OL}

Es gilt:

$A_{IN} = 1$ (Abbildung 29, oben),

$\beta = -1$ (Abbildung 29, Mitte),

$A_{OL} = A_1 A_2$ (Abbildung 29, unten)

Wenn wir diese Terme in die Formel von Mason einsetzen, bekommen wir:

$$V_{out} = \frac{A_1 A_2}{1 + A_1 A_2} V_{in} \sim \frac{2500}{1 + 2500} V_{in} \sim V_{in} \quad (60)$$

Berechnen wir den Ausgangswiderstand (Kleinsignalwiderstand). Wir verwenden die Formel von Blackman.

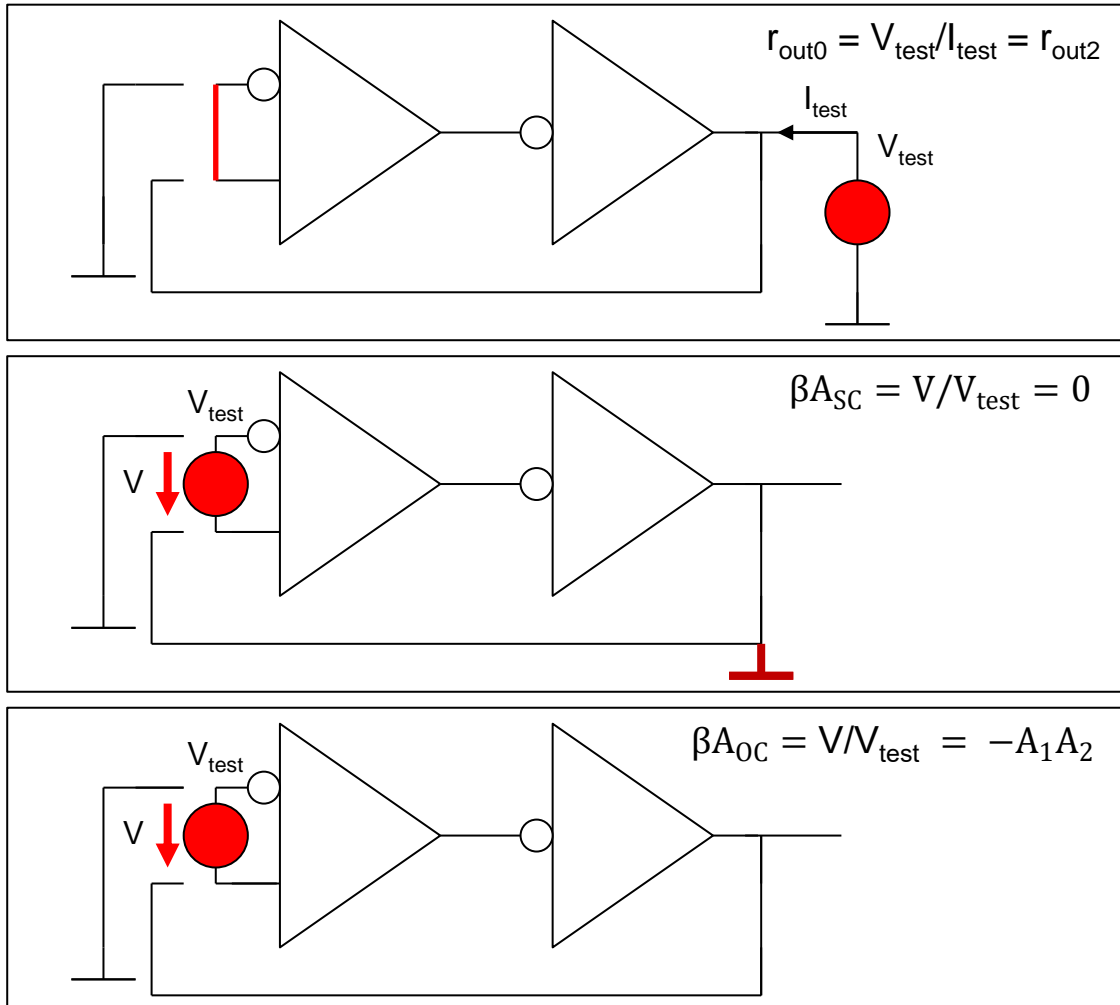


Abbildung 30: Linearregler - Testschaltungen für r_{out0} , βA_{SC} und βA_{OC}

$$r_{out} = r_{out0} \frac{1 - \beta A_{SC}}{1 - \beta A_{OC}} \quad (61)$$

Abbildung 30 zeigt die Testschaltungen für Berechnung von r_{out0} , βA_{SC} und βA_{OC} .

Die Faktoren haben folgende Werte:

$$r_{out0} = r_{out2}; \beta A_{SC} = 0; \beta A_{OC} = -A_1 A_2 \quad (62)$$

Wenn wir diese Terme in die Formel von Blackman (61) einsetzen, bekommen wir:

$$r_{out} = \frac{r_{out2}}{A_1 A_2} = \frac{1}{A_1 g_{m2}} \quad (63)$$

Wenn wir $A_1 = 50$ annehmen, können wir die erforderliche Transkonduktanz g_{m2} , welche zum $r_{out} = 0.1 \Omega$ führt, berechnen.

$$0.1 \Omega = \frac{1}{50g_{m2}} \Rightarrow g_{m2} = 200\text{mS} \quad (64)$$

Wir müssen 200 Standardverstärker (jeweils $g_m = 1\text{mS}$) in Parallel schalten.

Erinnern wir uns, dass die zweite Verstärkerstufe $r_{out} = 250 \Omega$ hat. Durch die Rückkopplung erreichen wir einen deutlich kleineren Ausgangswiderstand.

Stabilität

Dimensionieren wir C_1 damit es keine Oszillationen gibt. Aus der Formel (54) berechnen wir:

$$C_1 > \frac{4\beta g_{m1}}{g_{m2}} C_{load} = 4 \frac{1\text{mS}}{200\text{mS}} 10\text{nF} = 200\text{pF} \quad (65)$$

Die Anstiegszeit von Sprungantwort kann mithilfe von (55) berechnet werden:

$$\tau_r = \frac{C_1}{\beta g_{m1}} > \frac{4C_{load}}{g_{m2}} = \frac{4 \times 10\text{nF}}{200\text{mS}} = 200\text{ns} \quad (66)$$

Die Zeitkonstante τ_r sagt uns, unter anderem, wie schnell der Regler die Ausgangsspannung nachregeln kann, wenn sich I_{load} verändert.

Eine schnellere Anstiegszeit erreichen wir, am besten, indem wir g_{m1} und g_{m2} erhöhen.

Eingangskapazität

Man kann mit Hilfe der Formel von Blackman berechnen, dass die Eingangsquelle eine sehr kleine kapazitive Last sieht:

$$C_{in} = \frac{C_{gs,par}}{1+A_1A_2} \quad (67)$$

$C_{gs,ser}$ ist die Reihenskapazität der C_{gs} -Kapazitäten von zwei Eingangstransistoren im Operationsverstärker. Dieses Ergebnis gilt für Frequenzen kleiner als $1/\tau_r$.

Wie kann man eine viel kleinere Eingangskapazität als $C_{gs,ser}$ erklären? Die Rückkopplung regelt $V_{ref} = V_{out}$, so dass sich Ladung am $C_{gs,ser}$ nicht ändert. Deswegen sieht die Eingangsquelle den Effekt von $C_{gs,ser}$ nicht (Abbildung 31).

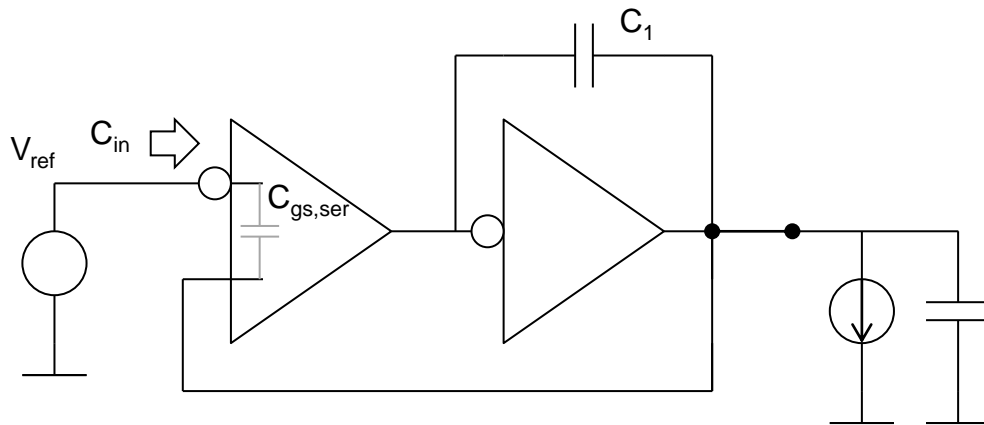
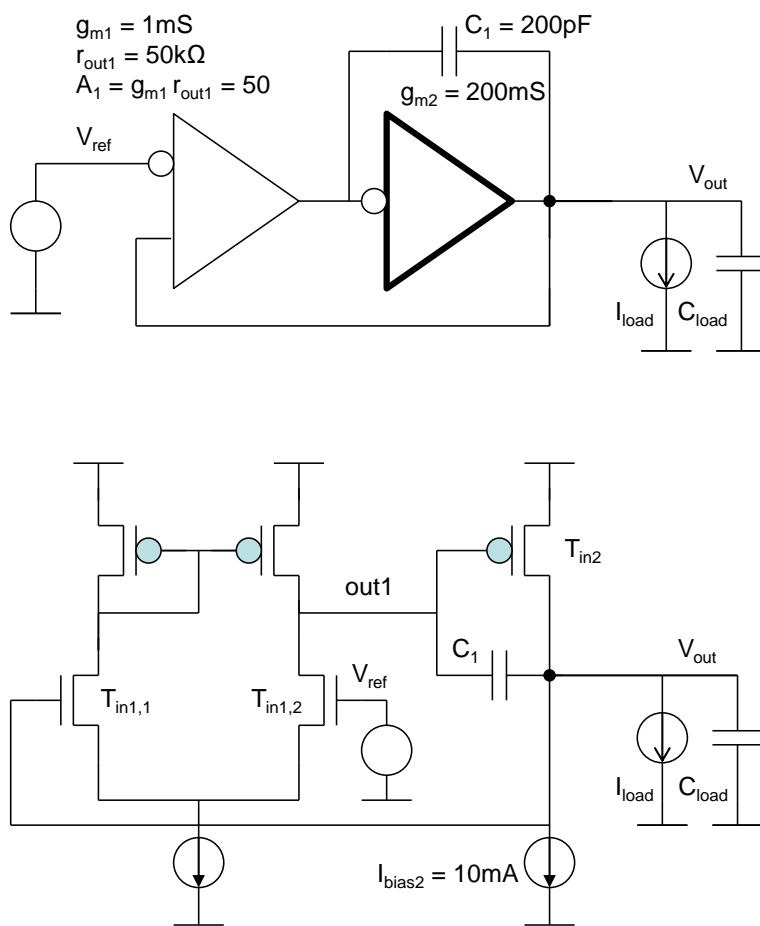


Abbildung 31: Eingangskapazität



Linearregler	
Parameter	Wert
C_{load}	10nF
I_{load}	0-100mA
r_{out}	0.1Ω
A_{OL}	2500
g_{m1}	1mS
g_{m2}	200mS
C_1	200pF
τ_r	200ns

Abbildung 32: Linearregler – vollständiger Schaltplan

Abbildung 32 zeigt den vollständigen Schaltplan des Linearreglers.

DC-Analyse

Wir haben uns bis jetzt auf Kleinsignalanalyse beschränkt und nicht beachtet, dass der Laststrom den Arbeitspunkt in der zweiten Verstärkerstufe beeinflussen kann.

Beachten wir, dass der Strom I_{load} auch durch den Transistor T_{in2} fließt. Die Transkonduktanz vom Transistor T_{in2} (g_{m2}) ist proportional zu I_{load} , für $I_{load} > 10 \text{ mA}$.

Das beeinflusst die Schaltung positiv. A_2 wird größer und r_{out} wird kleiner.

Transistor T_{in2} muss so dimensioniert werden (W/L muss groß genug sein), dass auch für $I_{load} = I_{load,max}$ seine $|V_{gs}|$ nicht zu groß wird. Sonst könnte es passieren, dass $T_{in1,2}$ nicht mehr in Sättigung arbeitet und dass A_1 klein wird.

Zusätzliche Themen (optional)

Source-Folger

Abbildung 33 zeigt den „Source-Folger“ (Source Follower).

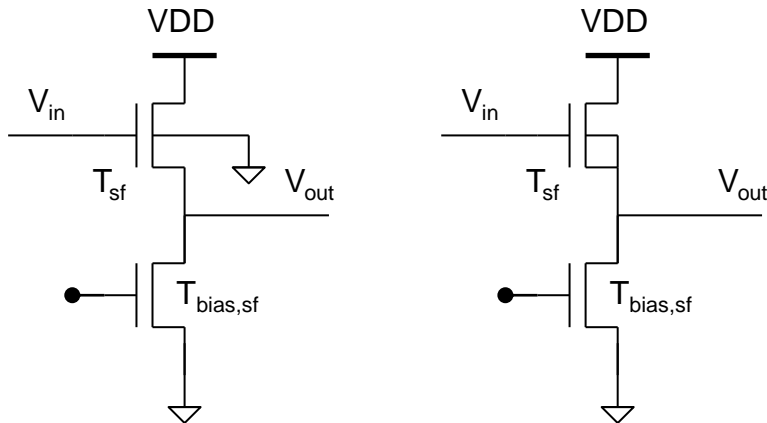


Abbildung 33: Source-Folger. Links: Variante mit $V_{b,sf} = 0$ V. Rechts: Variante mit $V_{b,sf} = V_{s,sf}$

Alternativ nennt man die Schaltung *common drain* Verstärker (Drain-Schaltung). Die Schaltung besteht aus einem NMOS Transistor T_{sf} und einer NMOS Stromquelle $T_{bias,sf}$. Drain vom T_{sf} ist an ein konstantes Potential (z.B. an die Versorgungsspannung VDD) angeschlossen. Damit wird sichergestellt, dass T_{sf} in Sättigung arbeitet.

DC-Analyse

Führen wir zuerst die DC-Analyse durch.

Es gilt:

$$V_{out} = V_{in} - V_{gs,sf} \quad (68)$$

Nehmen wir zuerst an, dass das Substrat von T_{sf} an die Masse angeschlossen ist (Abbildung 33, links). Das Source-Potential ist, dagegen, ungleich null. Deshalb spielt in dieser Schaltung Substrateffekt eine Rolle und wir werden ihn in der Analyse berücksichtigen.

Der Transistorstrom $I_{ds,sf}$ ist durch folgende Gleichung gegeben:

$$I_{ds,sf} = \frac{1}{2} \mu C'_{ox} \frac{W}{L} (V_{gs,sf} - V_{thsb})^2 = \frac{1}{2} \mu C'_{ox} \frac{W}{L} (V_{gs,sf} - (n-1)V_{sb} - V_{th})^2 \quad (69)$$

mit

$$V_{out} = V_{sb}$$

Faktor n ist der *slope Faktor*, typischerweise 1.25.

Der Ausdruck in Klammer kann wie folgend vereinfacht werden:

$$V_{gs,sf} - (n - 1)V_{sb} - V_{th} = V_{in} - V_{out} - (n - 1)V_{out} - V_{th} = V_{in} - nV_{out} - V_{th} \quad (70)$$

Der Strom $I_{ds,sf}$ ist konstant, da eine Konstantstromquelle (Transistor $T_{bias,sf}$) an T_{sf} angeschlossen ist.

$$I_{ds,sf} = I_{bias} \quad (71)$$

Deswegen ist der Term in Klammer (70) konstant. Wenn wir (70) in (69) einsetzen und (71) berücksichtigen, bekommen wir:

$$V_{in} - nV_{out} - V_{th} = \sqrt{\frac{2I_{bias}L}{\mu C'_{ox}W}}$$

Daraus folgt:

$$V_{out} = \frac{1}{n}(V_{in} - V_{th} - \sqrt{\frac{2I_{bias}L}{\mu C'_{ox}W}}) \quad (72)$$

Die Verstärkung ist:

$$dV_{out}/dV_{in} = 1/n \quad (73)$$

Typischer Wert für n ist 1.25.

In manchen CMOS Prozessen ist es möglich NMOS Substrat vom p-Typ Wafer und von anderen NMOS Substraten zu isolieren (Abbildung 34). Der NMOS befindet sich dann in einer p-Wanne. Eine tiefe N-Wanne isoliert die p-Wanne vom p-Wafer. In dem Fall kann das NMOS Substrat (p-Wanne) ein anderes Potential als das Massepotential haben. Wir dürfen dann die Source und das Substrat kurzschließen um den Substrateffekt zu vermeiden (Abbildung 33, rechts).

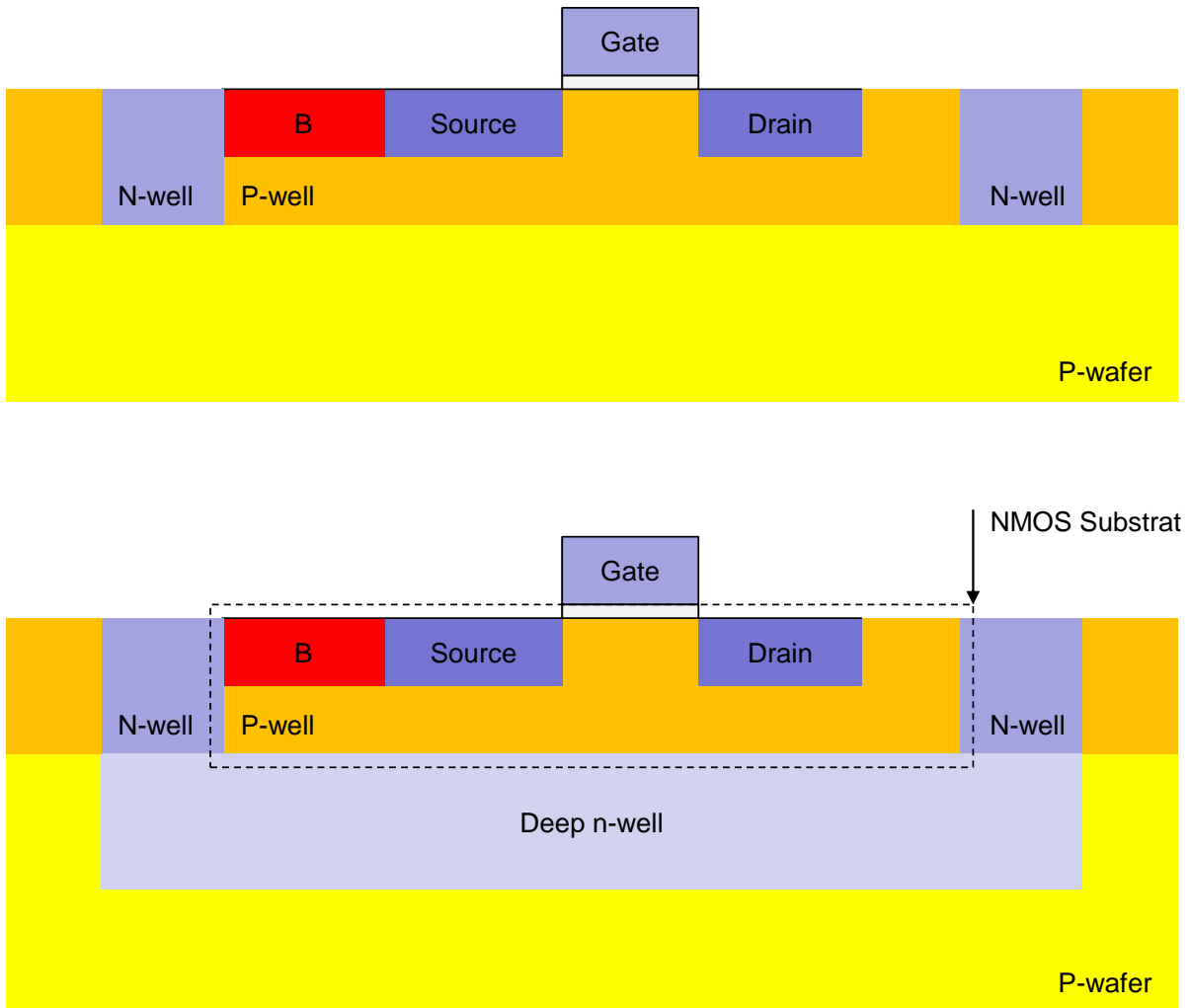


Abbildung 34: Oben: Standard NMOS. Unten: NMOS-Substrat isoliert vom p-Wafer mit einer tiefen n-Wanne.

Das führt zu $V_{sb} = 0$. In dem Fall gilt:

$$V_{out} = (V_{in} - V_{th} - \sqrt{\frac{2I_{bias}L}{\mu C'_{ox}W}})$$

Die Verstärkung vom Source-Folger ist dann 1. Da das Source-Potential dem Eingangspotential *folgt* nennt man die Schaltung Source-Folger. Source-Folger ist ein Pegel-Wandler (level shifter).

AC-Analyse

Abbildung 35 zeigt die Kleinsignalschaltung. Der Schaltplan ist ähnlich wie bei einem nichtinvertierenden Verstärker mit Rückkopplung.

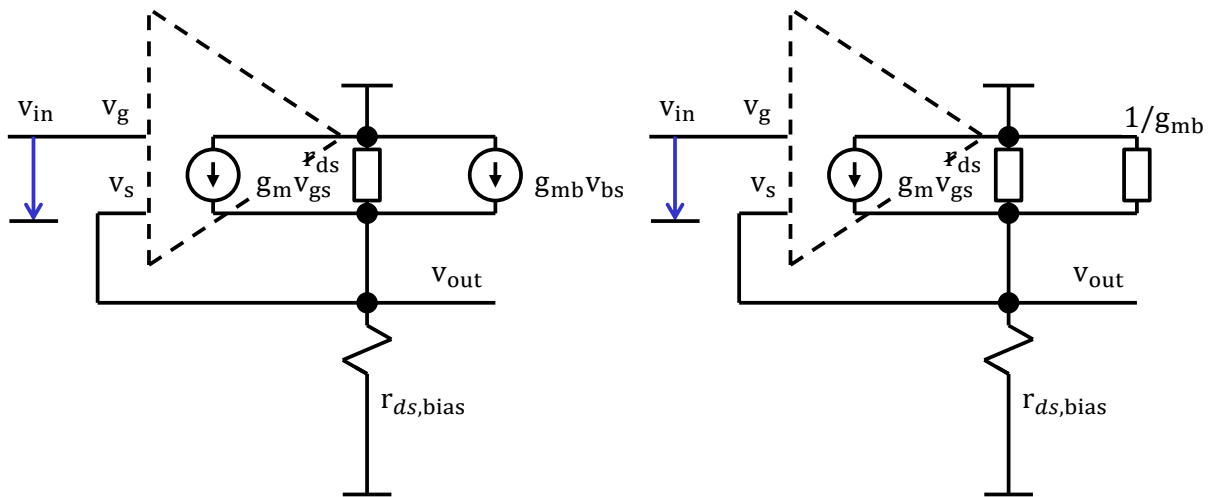


Abbildung 35: Source-Folger Kleinsignalmodell. Links: Substrateffekt modelliert mit einer Stromquelle. Rechts: Substrateffekt modelliert mit einem Widerstand.

Die Stromquelle $g_m V_{bs}$ modelliert den Substrateffekt (Abbildung 35 links). Diese Quelle kann in den Widerstand $1/g_{mb}$ umgewandelt werden (Abbildung 35 rechts).

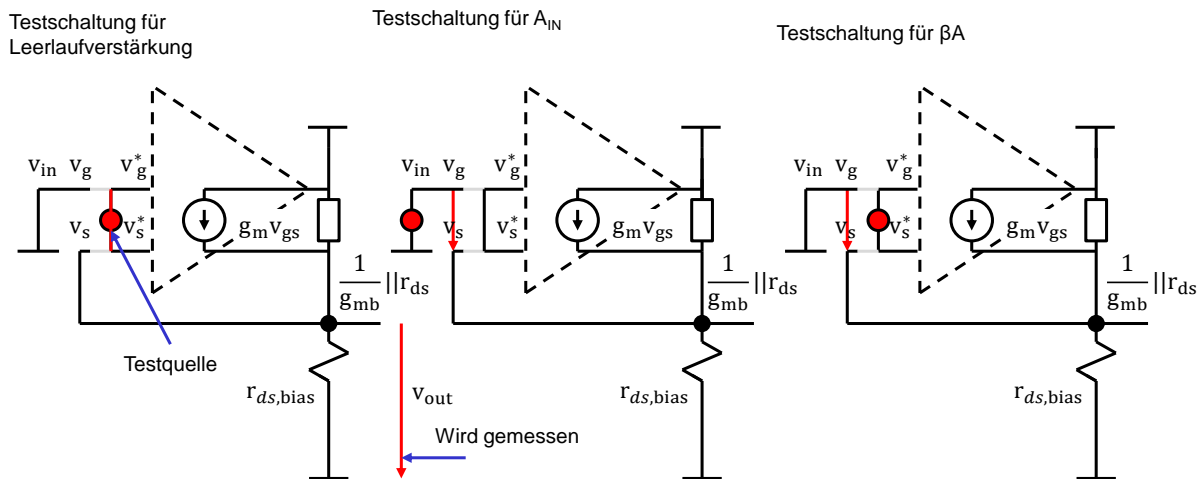


Abbildung 36: Testschaltungen für die Berechnung von Verstärkung des Source-Folgers.

Berechnen wir zuerst die Verstärkung mit Rückkopplung. Wir benutzen die Formel von Mason:

$$A_{fb} = \frac{A_{IN} A_{OL}}{1 - \beta A}$$

Abbildung 36 zeigt die Schaltungen für die Berechnung von A_{OL} , A_{IN} und βA .

Die Terme sind:

$$A_{OL} = g_m \left(\frac{1}{g_{mb}} \parallel r_{ds,bias} \parallel r_{ds} \right) \sim \frac{g_m}{g_{mb}} = \frac{1}{n-1}$$

$$A_{IN} = 1$$

$$\beta A = -g_m \left(\frac{1}{g_{mb}} \parallel r_{ds,bias} \parallel r_{ds} \right) \sim -\frac{g_m}{g_{mb}} = -\frac{1}{n-1}$$

Wenn man die Terme in die Formel von Mason einsetzt, bekommt man:

$$A_{fb} = \frac{1}{1 + \frac{1}{n-1}} = \frac{1}{n} \quad (74)$$

Es ist das gleiche Ergebnis wie (73).

Wenn wir Source und Substrat kurzschließen können, fällt der Widerstand $1/g_{mb}$ weg und die die Formeln für A_{OL} und βA vereinfachen sich:

$$A_{OL} = g_m(r_{ds} || r_{ds,bias})$$

$$\beta = -g_m(r_{ds} || r_{ds,bias})$$

Die Verstärkung der Source-Folgers wird:

$$A_{fb} = \frac{g_m(r_{ds} || r_{ds,bias})}{1 + g_m(r_{ds} || r_{ds,bias})} \sim 1$$

Wir können dieses Ergebnis auch aus (74) bekommen, wenn wir $n = 1$ einsetzen.

Den Ausgangswiderstand können wir mithilfe von Formel von Blackman berechnen:

$$r_{out} = r_{out0} \frac{1 - \beta A_{SC}}{1 - \beta A_{OC}}$$

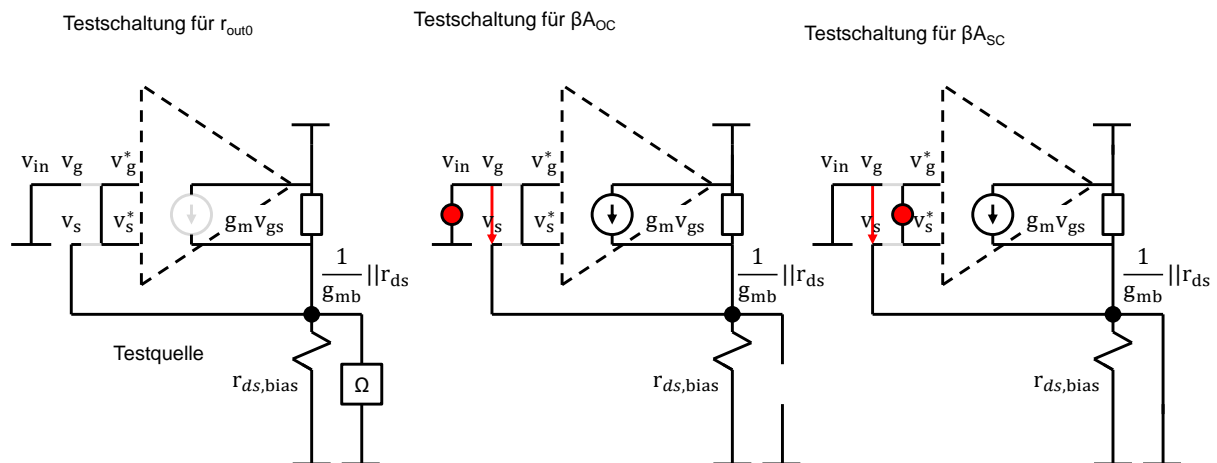


Abbildung 37: Testschaltungen für die Berechnung von r_{out} .

Abbildung 37 zeigt die Testschaltungen für Berechnung von r_{out0} , βA_{OC} und βA_{SC} .

Die Faktoren haben folgende Werte:

$$r_{out0} = \frac{1}{g_{mb}} || r_{ds,bias} || r_{ds} \sim \frac{1}{g_{mb}} = \frac{1}{g_m} \frac{1}{n-1}; \quad \beta A_{SC} = 0; \quad \beta A_{OC} \sim -\frac{g_m}{g_{mb}} = -\frac{1}{n-1}$$

Wenn wir diese Terme in die Formel von Blackman einsetzen, bekommen wir:

$$r_{out} = \frac{1}{g_m} \frac{1}{n-1} \frac{1}{1 + \frac{1}{n-1}} = \frac{1}{g_m} \frac{1}{n} \quad (75)$$

Der Ausgangswiderstand ist relativ klein.

Für den Fall $V_s = V_b$, bekommen wir:

$$r_{out} = \frac{1}{g_m}$$

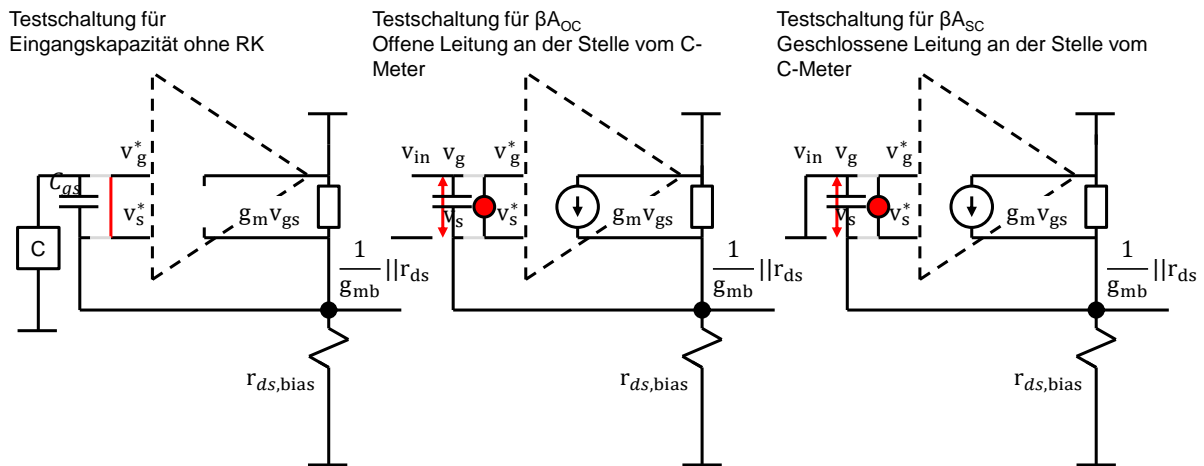


Abbildung 38: Testschaltungen für die Berechnung von C_{in} .

Man kann mit der Formel von Blackman auch berechnen, dass die Eingangsquelle folgende kapazitive Last C_{in} sieht. Abbildung 38 zeigt die Testschaltungen für die entsprechenden Faktoren.

Für den Fall $V_b = 0$ gilt:

$$C_{in} = \frac{C_{gs,in}}{1 + \frac{g_m}{g_{mb}}} = \frac{C_{gs,in}}{1 + \frac{1}{n-1}} = \frac{n-1}{n} C_{gs,in} \quad (76)$$

Für den Fall $V_s = V_b$, bekommen wir:

$$C_{in} = \frac{C_{gs,in}}{1 + g_m(r_{ds} || r_{ds,bias})} \sim \frac{C_{gs,in}}{g_m(r_{ds} || r_{ds,bias})} \quad (77)$$

Die Eingangskapazität ist relativ klein.

Source-Folger hat eine Spannungsverstärkung von ~ 1 , einen kleinen Ausgangswiderstand und eine große Eingangsimpedanz. Die Schaltung ist ein Impedanzwandler. Sie wird benutzt um eine Signalquelle zu „entlasten“. Eine weitere Bezeichnung für einen Impedanzwandler mit

Verstärkung 1 ist Puffer (buffer). Die Schaltung schützt eine Signalquelle vor dem Einfluss der Lastimpedanzen.

Anwendung

Die Hauptanwendung für Source-Folger ist die Ausgangsstufe eines Verstärkers. Alle bis jetzt vorgestellten Verstärkerarten hatten keine Ausgangsstufe. Der Ausgang war Drain vom Eingangs- oder Lasttransistor. Deswegen war r_{out} proportional zum r_{ds} und relativ hoch.

Solche Verstärker nennt man Transkonduktanz-Verstärker, da sie Stromquellen-ähnlich sind. So könnte man den Operationsverstärker mit Stromspiegel auch den Operations-Transkonduktanzverstärker nennen (OTA) - Abbildung 39 links. Wenn wir auf OTA eine Ausgangsstufe anhängen, bekommen wir einen *echten* niederohmeigen Operationsverstärker - Abbildung 39 rechts.

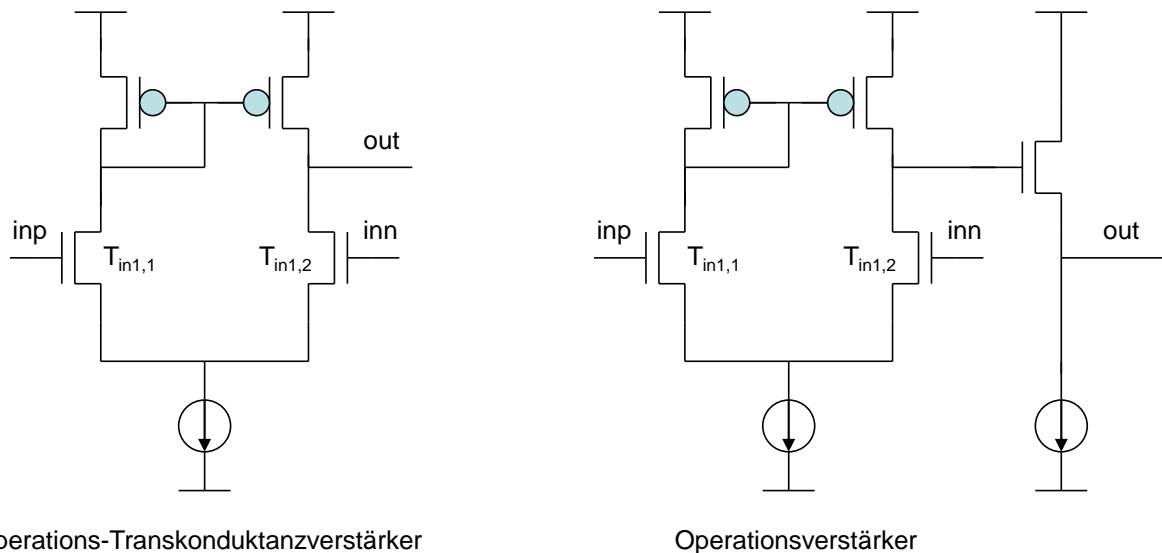


Abbildung 39: Transkonduktanz-Verstärker (links) und normaler Spannungsverstärker (rechts).

Illustrieren wir den Einfluss von Ausgangsstufe mit folgendem Beispiel.

Spannungsverstärker basierend auf dem Verstärker mit Ausgangsstufe

Wir haben in vorherigen Kapiteln die Implementierung des Spannungsverstärkers mit einem einstufigen Verstärker beschrieben. Die Lastkapazität und Widerstand waren $C_{load} = 100 \text{ pF}$ und $R_{load} = 100 \text{ } \Omega$. Wir mussten 10000 Standardverstärkern (gefaltete Kaskoden) in Parallel

nehmen um den Ausgangswiderstand anzupassen. Das hat zum großen Stromverbrauch geführt. Ein zweistufiger Verstärker hat sich besser verhalten.

Versuchen wir nun eine andere Lösung. Wir benutzen eine gefaltete Kaskode als Eingangsstufe und schließen an ihren Ausgang einen Source-Folger als Ausgangsstufe an (Abbildung 40).

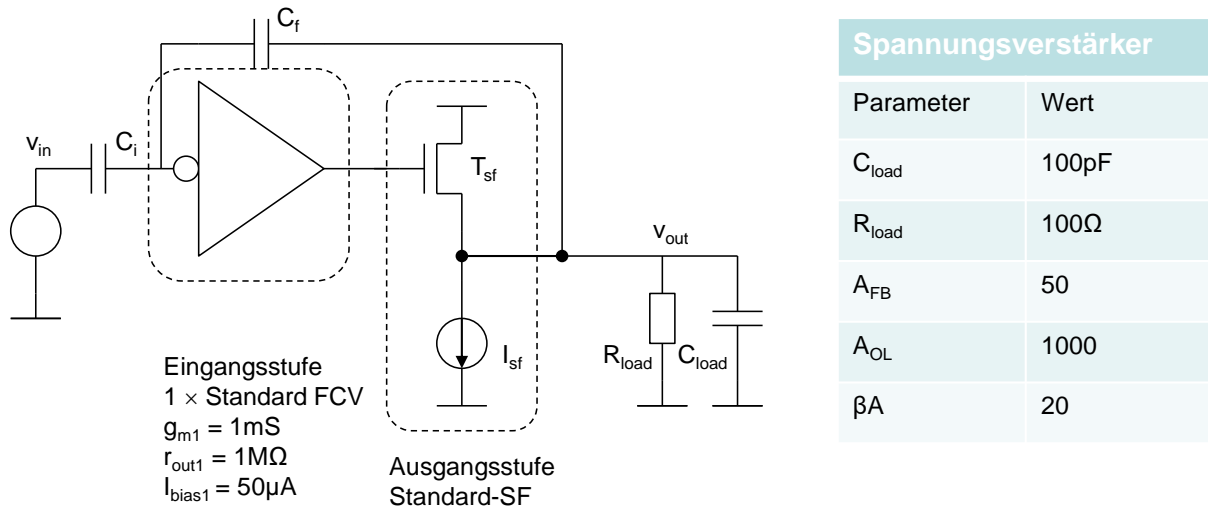


Abbildung 40: Spannungsverstärker mit einer gefalteten Kaskode (FCV) als Eingangsstufe und einem Sourcefolger (SF) als Ausgangsstufe.

Wir starten mit einem Standard-Sourcefolger, der einen Bias-Strom I_{sf} von $50 \mu\text{A}$ und eine Transkonduktanz $g_{m,sf}$ von 1 mS hat.

Nehmen wir an, dass T_{sf} Transistorsubstrat an Masse angeschlossen ist.

Die Spannungsverstärkung vom Source-Folger ist:

$$A_{sf} = \frac{g_{m,sf} R_{sf}}{1 + g_{m,sf} R_{sf}} \quad (78)$$

mit dem Widerstand:

$$R_{sf} = R_{load} \parallel \frac{1}{g_{mb,sf}} r_{ds,sf} r_{bias,sf} \approx R_{load} \parallel \frac{1}{g_{mb,sf}} = R_{load} \parallel \frac{1}{(n-1)g_{m,sf}} \quad (79)$$

Wir werden den Source-Folger passend dimensionieren, dass das folgende gilt:

$$R_{load} > \frac{1}{(n-1)g_{m,sf}}; \Rightarrow g_{m,sf} > \frac{1}{(n-1)R_{load}} = \frac{1}{0.25 \times 100\Omega} = 40\text{mS} \quad (80)$$

In dem Fall vereinfacht sich (79) folgenderweise:

$$R_{sf} \sim \frac{1}{(n-1)g_{m,sf}} \quad (81)$$

Wenn wir (81) in (78) einsetzen, bekommen wir die Formel für Spannungsverstärkung:

$$A_{sf} \sim \frac{\frac{g_{m,sf}}{g_{mb,sf}}}{1 + \frac{g_{m,sf}}{g_{mb,sf}}} = \frac{1}{n} \quad (82)$$

Der Ausgangswiderstand ist vom Sourcefolger ist durch die Formel (75) gegeben:

$$r_{out,sf} = \frac{1}{n} \frac{1}{g_{m,sf}} \quad (83)$$

Wegen (79) gilt:

$$r_{out,sf} < R_{load} \quad (84)$$

Berechnen wir nun A_{OL} des Verstärkers mit der Ausgangsstufe. Abbildung 40 zeigt die Testschaltung.

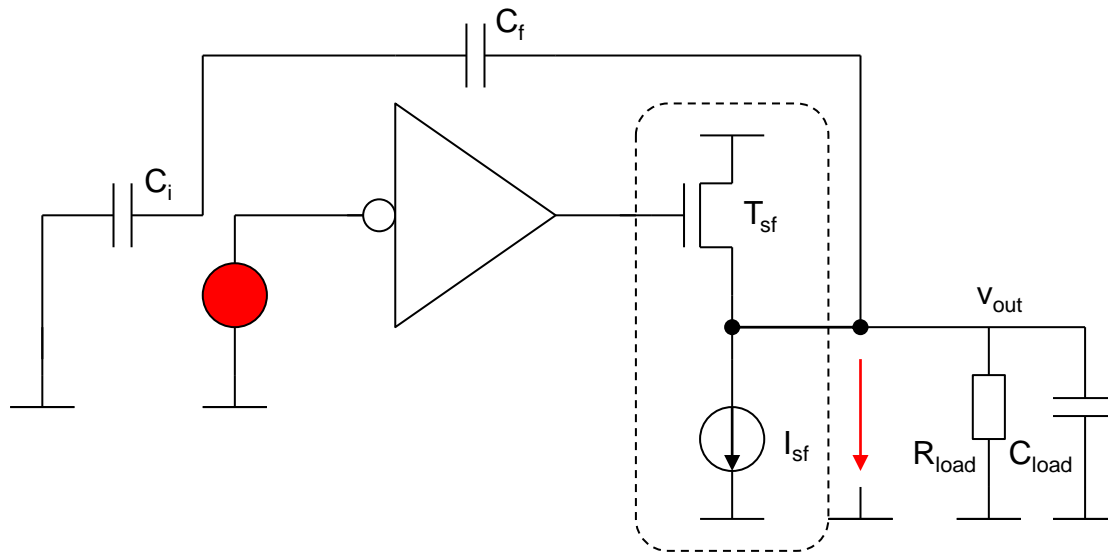


Abbildung 41: Testschaltung für A_{OL} .

Die Schaltung ist Äquivalent wie die generische Schaltung von Abbildung 16 wenn die Werte aus folgender Tabelle gelten:

Generische Schaltung	Implementierte Schaltung
R_1	r_{out1}
R_2	$1/(ng_{m,sf})$
C_2	C_{load}
C_1	$C_{in,sf}$
g_{m1}	g_{m1}
g_{m2}	g_{m2}
A_1	$g_{m1}r_{out1}$
A_2	$1/n$

Die Leerlaufverstärkung ist (s. (14)):

$$A_{OL}(s) = \frac{-g_{m1}r_{out1}/n}{(1+s\tau_{out1}C_1)\left(1+\frac{sC_{load}}{ng_{m,sf}}\right)} = \frac{A_1/n}{(1+s\tau_{2,C})(1+s\tau_{1,C})} \quad (85)$$

C_1 ist die Eingangskapazität vom Source-Folger:

$$C_1 = C_{in,sf} \quad (86)$$

Berechnen wir nun die Parameter der Schaltung g_{m1} und g_{m2} um die Anstiegszeit von 2 ns und eine Sprungantwort ohne Schwingungen zu erhalten.

Die Bedingung für eine Sprungantwort ohne Überschwinger ist (27):

$$\tau_{2,C} < \frac{1}{4} \frac{\tau_{1,C}}{|\beta A_{OL,DC}|}$$

Daraus folgt:

$$\tau_{1,C} > \frac{4|\beta A_{OL,DC}|C_{load}}{ng_{m,sf}} = \frac{4\beta A_1 C_{load}}{g_{m,sf}}$$

und:

$$\tau_{1,C} = r_{out1}C_1 > \frac{4\beta A_1 C_{load}}{g_{m,sf}} \Rightarrow C_1 > \frac{4\beta g_{m1}}{g_{m,sf}} C_{load}$$

Die Anstiegszeit der Sprungantwort ist:

$$\tau_{r,C} \sim \frac{\tau_{1,C}}{\beta A_{OL,DC}} = \frac{r_{out1} C_1}{\beta g_{m1} r_{out1}} = \frac{C_1}{\beta g_{m1}} > \frac{4\beta g_{m1} C_{load}}{\beta g_{m1} g_{m,sf}} = \frac{4C_{load}}{g_{m,sf}} \quad (87)$$

Aus der rechten Seite von (87) bekommen wir die erforderliche Transkonduktanz $g_{m,sf}$ um die minimale Zeitkonstante von 2 ns zu erreichen:

$$\frac{4C_{load}}{g_{m,sf}} = 2ns \Rightarrow g_{m,sf} = 4 \frac{100pF}{2ns} = 200mS \quad (88)$$

Dieser Wert erfüllt die Bedingung (80).

Berechnen wir nun die Gate-Source Kapazität von T_{sf} .

Um die Transkonduktanz von 200 mS zu erreichen brauchen wir 200 Standard-Sourcefolger [in Parallel](#). Die gesamt Gate-Source Kapazität von T_{sf} (besteht aus 200 Standard-Transistoren, mit jeweils 10 fF C_{gs}) ist:

$$C_{gs,sf} = 200 \times C_{gs,standard} = 200 \times 10 \text{ fF} = 2 \text{ pF}$$

Die Eingangskapazität vom Source-Folger ist dann

$$C_{in,sf} = \frac{n-1}{n} C_{gs,sf} = \frac{1.25-1}{1.25} 2 \text{ pF} = 400 \text{ fF}$$

Daraus folgt:

$$C_1 = C_{in,sf} = 400 \text{ fF}$$

Aus der linken Seite von (87) bekommen wir die erforderliche Transkonduktanz g_{m1} um die Zeitkonstante von 2 ns zu erreichen und gleichzeitig keine Schwingungen in Sprungantwort zu haben.

$$\frac{C_1}{\beta g_{m1}} = 2ns \Rightarrow g_{m1} = \frac{400 \text{ fF}}{0.02 \times 2 \text{ ns}} = 10 \text{ mS}$$

Da ein Standardverstärker die Transkonduktanz von 1 mS hat, müssen wir für die Eingangsstufe 10 Verstärker in Parallel nehmen.

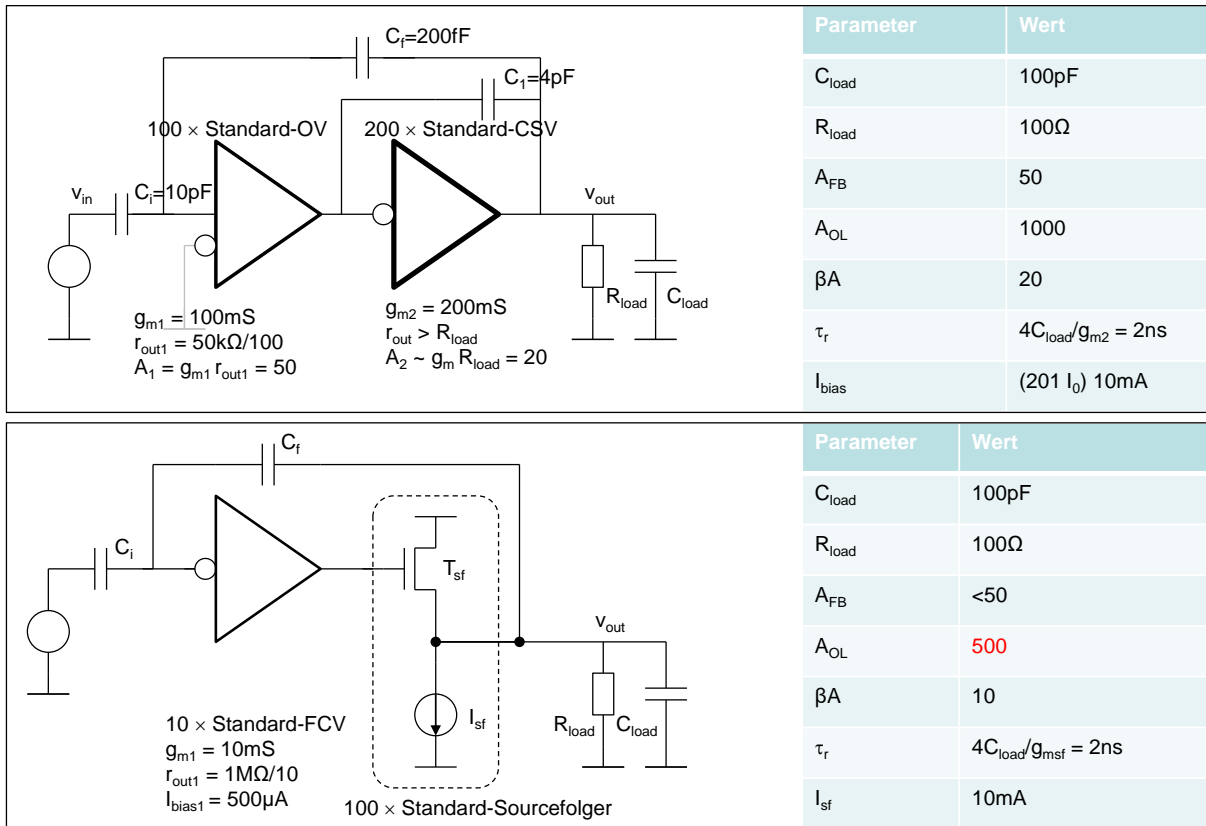


Abbildung 42: Vergleich zwischen dem Spannungsverstärker mit zwei Stufen und Frequenzkompensation (oben) und dem Verstärker mit der gefalteten Kaskode als Eingangsstufe und dem Source-Folger als Ausgangsstufe (unten). Nachteile sind rot markiert. OV – Operationeverstärker, CSV – common source Verstärker, FCV – folded cascode Verstärker.

Abbildung 42 zeigt den Vergleich zwischen dem Spannungsverstärker mit zwei Stufen und Frequenzkompensation (oben) und dem Verstärker mit Source-Folger als Ausgangsstufe (unten). Beide Schaltungen haben die gleiche Anstiegszeit und einen ähnlichen Stromverbrauch. Im Falle vom Verstärker mit der Ausgangsstufe muss die Eingangsstufe als gefaltete Kaskode implementiert werden und deren Verstärkung muss sehr hoch sein. Im Fall vom zweistufigen Verstärker dürfen die Verstärkungen einzelner Stufen niedriger sein.

Der Verstärker mit zwei Stufen hat einen größeren Dynamikbereich am Ausgang. Das zeigt die Abbildung 43.

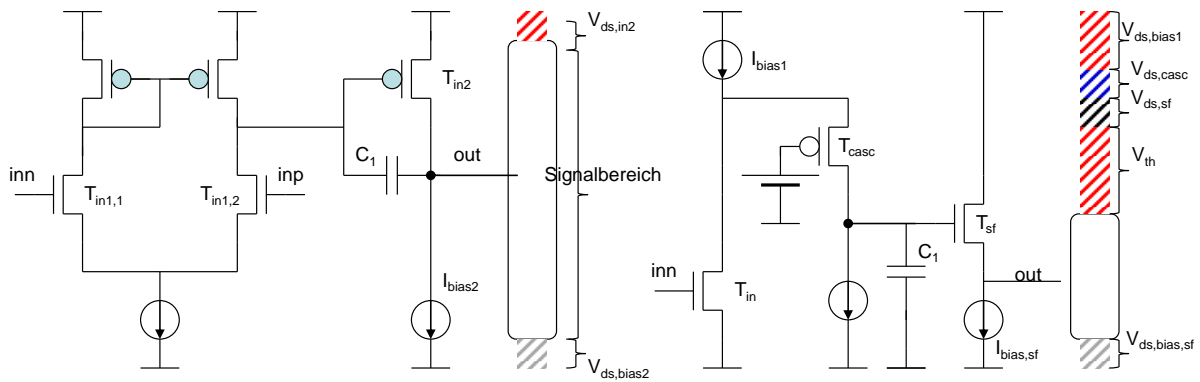


Abbildung 43: Signalbereich (Dynamikbereich) im Fall vom zweistufigen Verstärker (links) und vom Verstärker mit Source-Folger (rechts).

Generator der Referenz-Spannung (Referenzspannungsquelle)

Wir werden in diesem Kapitel eine Realisierung des Generators von Referenz-Spannung (der Referenzspannungsquelle) vorstellen.

Referenzspannungsquelle kann als Eingang des Spannungsreglers verwendet werden.

Die Referenzspannungsquelle soll eine Spannung erzeugen, die von Versorgungsspannung V_{IN} und von Temperatur relativ unabhängig ist.

Abbildung 44 zeigt den Schaltplan.

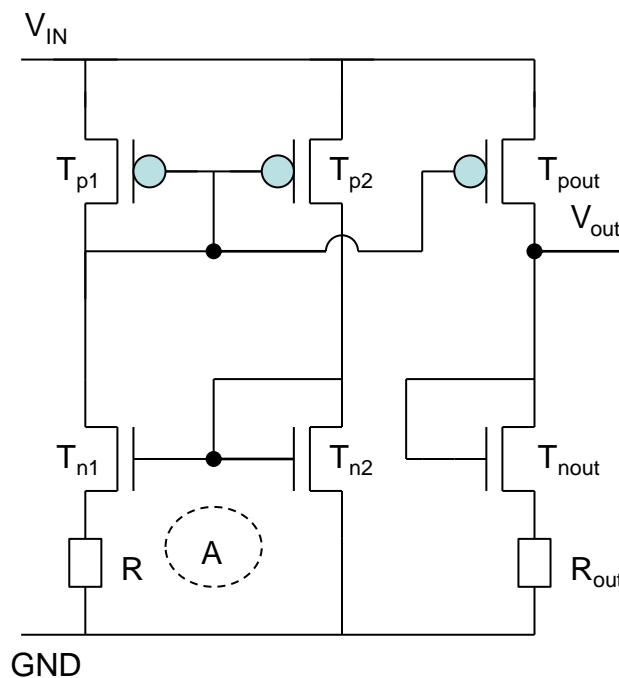


Abbildung 44: Generator der Referenzspannung.

Transistor T_{n1} hat N-mal größeres W/L Verhältnis als T_{n2} .

Die Ausgangsspannung wird am T_{nout} und R_{out} gebildet.

Der Stromspiegel (Transistoren T_{p1}, T_{p2} und T_{pout}) sorgt dafür, dass die ströme durch T_{n1}, T_{n2} und T_{nout} gleich sind:

$$I_{n1} = I_{n2} = I_{nout} = I \quad (89)$$

Die Versorgungsspannung bezeichnen wir als V_{IN} .

Berechnen wir zuerst den Strom I .

Benutzen wir den Maschenregel für die Kontur A. Es gilt:

$$RI + V_{gs,n1} = V_{gs,n2} \quad (90)$$

Nehmen wir an, dass alle Transistoren in Sättigung sind und sich in schwacher Inversion befinden. Der Transistorstrom ist dann (s. Vorlesung 4):

$$I_{ds,sat} = \frac{W}{L} \mu C'_{ox} U_T^2 (n - 1) e^{(V_{gs} - V_{th})/nU_T} = \frac{W}{L} I_0 e^{(V_{gs} - V_{th})/nU_T} \quad (91)$$

mit

$$I_0 \equiv \mu C'_{ox} U_T^2 (n - 1)$$

μ ist die Beweglichkeit der Ladungsträger, n ist slope Faktor, U_T die thermische Spannung: $U_T = kT/e$, C'_{ox} ist die Oxid-Kapazität pro Fläche ($\epsilon_0 \epsilon_{SiO2}/t_{ox}$).

Da uns in diesem Kapitel besonders die Temperaturabhängigkeit interessiert schreiben wir auch die genauere Formel für Schwellenspannung (s. Vorlesung 2) und andere Größen die von Temperatur abhängig sind:

$$V_{th} = \frac{\sqrt{2\epsilon N_a \epsilon_0 \epsilon_{Si} V_{cont}}}{C'_{ox}} \quad (92)$$

N_a ist die Dichte von Akzeptor-Atomen im Kanalbereich, V_{cont} ist die Kontaktspannung zwischen n und p Silizium (für gleiche n und p Dotierungsstärken):

$$V_{cont} = 2U_T \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right) \quad (93)$$

N_i ist die Eigenleitungsichte:

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{E_g}{2U_T}} \quad (94)$$

wobei N_c und N_v , die effektiven Zustandsdichten in Leitungsband und Valenzband sind:

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

E_g ist die Energie der Bandlücke.

Slope Faktor n ist wie folgend definiert:

$$n = 1 + \frac{C'_{dep,min}}{C'_{ox}} \quad (95)$$

Die minimale Kapazität der Verarmungszone ist:

$$C_{dep,min} = A \sqrt{\frac{eN_a \epsilon_0 \epsilon_{Si}}{2V_{cont}}} \quad (96)$$

Folgende Tabelle fasst einige Werte zusammen:

μ (NMOS)	Beweglichkeit	$2.64 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{Vs}$ @ 300 K
C'_{ox}	Oxid-Kapazität	13.28 fF/ μm oder 0.01328F/ m^2
$U_T = kT/e$	Thermische Spannung	26mV @ 300K
n	Slope Faktor	1.25 @ 300 K
N_a	Akzeptoren-Dichte	$10^{18} /\text{cm}^3$ @ 300 K
$E_{g,ev} = E_g/e$	Energie der Bandlücke	1.1V @ 300 K
V_{cont}	Kontaktspannung	0.958 mV @ 300 K
I_0 (NMOS)	Subthreshold-Strom	59 nA @ 300 K
V_{th}	Schwellesspannung	0.5V @ 300 K
n_i	Eigenleitungsdichte	$10^{10}/\text{cm}^3$ @ 300 K

Wir sehen, dass fast alle Parameter eine Temperaturabhängigkeit haben. Die stärksten Temperaturabhängigkeiten entstehen durch Faktoren:

$$\frac{a}{e^{kT}}$$

Wir werden in weiterer Analyse vieles Vernachlässigen.

Aus (89) und (91) bekommen wir für T_{n1} , T_{n2} und T_{nout} :

$$V_{gs,n1} = V_{th} + nU_T \ln \left(\frac{I}{I_0 W_{n1}/L_{n1}} \right)$$

$$V_{gs,n2} = V_{th} + nU_T \ln \left(\frac{I}{I_0 W_{n2}/L_{n2}} \right)$$

$$V_{gs,n2} = V_{th} + nU_T \ln \left(\frac{I}{I_0 W_{nout}/L_{nout}} \right) \quad (97)$$

Beachten wir, dass für schwache Inversion $I_{ds,sat} = I < I_0 W/L$ gilt. Der Logarithmus in (92) ist negativ.

Wenn wir (97) in (90) einsetzen, bekommen wir:

$$RI + V_{th} + nU_T \ln\left(\frac{I}{I_0 W_{n1}/L_{n1}}\right) = V_{th} + nU_T \ln\left(\frac{I}{I_0 W_{n2}/L_{n2}}\right)$$

Daraus folgt:

$$RI = nU_T \ln\left(\frac{W_{n1}/L_{n1}}{W_{n2}/L_{n2}}\right)$$

Da der Transistor T_{n1} um Faktor N größeres W/L hat als T_{n2} :

$$I = \frac{nU_T}{R} \ln(N) = \frac{nkT}{e} \ln(N) \quad (98)$$

Der Strom I ist von Versorgungsspannung V_{DD} unabhängig. In erster Näherung steigt der Strom linear mit Temperatur. Wir vernachlässigen die Temperaturabhängigkeit von n .

Berechnen wir nun die Ausgangsspannung. Es gilt (wir benutzen das Ergebnis (97)):

$$V_{out} = R_{out}I + V_{gs,nout} = nU_T \frac{R_{out}}{R} \ln(N) + V_{th} + nU_T \ln\left(\frac{I}{I_0 W_{nout}/L_{nout}}\right) \quad (99)$$

Die Temperaturabhängigkeit von V_{out} ist kompliziert. Allerdings, man kann relativ leicht erkennen dass der erste Term:

$$nU_T \frac{R_{out}}{R} \ln(N) = \frac{nkT}{e} \frac{R_{out}}{R} \ln(N) \quad (100)$$

mit dem Anstieg von T linear steigt.

Schauen wir uns den dritten Term an:

$$nU_T \ln\left(\frac{I}{I_0 W_{nout}/L_{nout}}\right) \quad (101)$$

Der Logarithmus ist negativ und $U_T = kT/e$ steigt mit Temperatur. Deswegen führt der dritte Term dazu, dass V_{out} kleiner wird wenn Temperatur steigt. Die lineare Zunahme von I wirkt entgegen, aber da sich I im Logarithmus befindet ist dessen Einfluss weniger wichtig als der Einfluss von U_T .

Die Schwellenspannung (92)

$$V_{th} = \frac{\sqrt{2eN_a \epsilon_0 \epsilon_{Si} V_{cont}}}{C'_{ox}}$$

wird mit Temperaturanstieg kleiner weil V_{cont} (93) kleiner wird (wegen dem Anstieg von n_i (94)). Die Temperaturabhängigkeit von V_{th} ist ungefähr Quadratwurzel von T , also schwächer als bei den anderen zwei Termen.

Es ist dementsprechend möglich die Parameter der Schaltung (R_{out} , R , N , W_{out}/L_{out}) so zu dimensionieren, dass der Temperaturanstieg des ersten Terms durch den zweiten und dritten Term kompensiert werden. Richtige Dimensionierung kann in Simulationen bestimmt werden. Oft ist es auch notwendig die Schaltung nach der Herstellung wieder anzupassen. Danach wird eine zweite Designiteration hergestellt und getestet.

Für die Bestimmung von Anfangswerten kann man folgende Vereinfachungen machen:

Wenn wir annehmen, dass die Schwellenspannung schwächere Temperaturabhängigkeit als die Terme mit nU_T hat, bekommen wir folgende Gleichung:

$$\frac{dV_{\text{out}}}{dT} = \frac{nk}{e} \left(\frac{R_{\text{out}}}{R} \ln(N) - \ln \left(\frac{I_0 W_{\text{nout}} / L_{\text{nout}}}{I} \right) \right) \quad (102)$$

Wenn der Term in Klammer gleich null ist, haben wir eine schwache Temperaturabhängigkeit.

Das ist unter folgenden Bedingungen erfüllt:

$$R_{\text{out}} = R$$

und

$$\frac{I_0 W_{\text{nout}} / L_{\text{nout}}}{I} = N \Rightarrow I = \frac{1}{N} \frac{W_{\text{nout}}}{L_{\text{nout}}} I_0$$

Die Ausgangsspannung ist in dem Fall ungefähr:

$$V_{\text{out}} = V_{\text{th}} \sim 0.5V @ 300K$$

Wenn der Linearregler eine Ausgangsspannung von $V_{\text{out,reg}} = 1.0V$ erzeugen soll, müssen wir die Referenzspannung $V_{\text{out,ref}} = 0.5V$ *verstärken*.

Das kann mit Widerständen R_1 und R_2 erreicht werden (Abb).

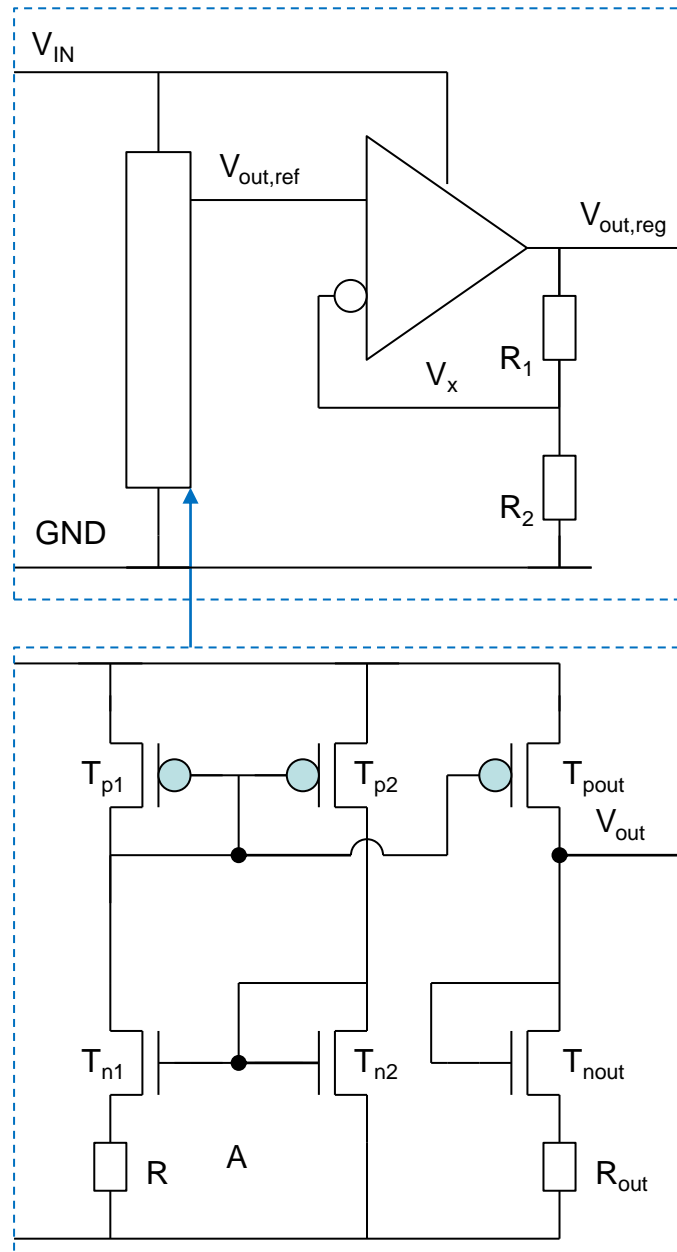


Abbildung 45: Linearregler mit der Referenzschaltung.

Die Spannung V_x kann mit der Formel für Spannungsteiler gerechnet werden:

$$V_x = V_{out,reg} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (103)$$

Wenn wir annehmen, dass die DC open-Loop Verstärkung groß ist (sie war $A_{OL} = A_1 A_2 = 50 \times 50 = 2500$ in unserem Beispiel von Abbildung 32), befinden sich die Eingänge des Differenzverstärkers etwa auf gleichem Potential:

$$V_x = V_{out,reg}$$

Wegen (103), bekommen wir

$$V_{\text{out,reg}} = V_{\text{out,reg}} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_{\text{out,reg}} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_{\text{out,ref}} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \times 0.5 \text{ V}$$

Um eine Ausgangsspannung von 1.0V zu bekommen muss das Verhältnis der Widerstände wie folgend sein:

$$\frac{R_1 + R_2}{R_2} = 2$$